

COLECCION ZETEIN - ESTUDIOS Y ENSAYOS

John Kenneth Galbraith
LA HORA LIBERAL

L. W. H. Hull
HISTORIA Y FILOSOFIA DE LA CIENCIA

Andreas G. Papandreou
LA ECONOMIA COMO CIENCIA

Theodor W. Adorno
PRISMAS
La crítica de la cultura y la sociedad

Alfonso G. Barbancho
FUNDAMENTOS Y POSIBILIDADES
DE LA ECONOMETRIA

Theodor W. Adorno
NOTAS DE LITERATURA

W. Van Orman Quine
DESDE UN PUNTO DE VISTA LOGICO

Ch. N. Martin
PROMESAS Y AMENAZAS
DE LA ENERGIA NUCLEAR

W. Van Orman Quine
METODOS DE LA LOGICA

X. Rubert de Ventós
EL ARTE ENSIMISMADO

F. L. Ganshof
EL FEUDALISMO

Luigi Einaudi
MITOS Y PARADOJAS
DE LA JUSTICIA TRIBUTARIA

C. A. Doxiadis
ARQUITECTURA EN TRANSICION

J. K. Galbraith
LA SOCIEDAD OPULENTA

J. K. Galbraith
CAPITALISMO AMERICANO
El concepto del poder compensador

Pierre Vilar
CRECIMIENTO Y DESARROLLO
Economía e historia. Reflexiones sobre el caso
español

G. G. Granger
FORMALISMO Y CIENCIAS HUMANAS

Angel Latorre
UNIVERSIDAD Y SOCIEDAD

R. Havemann
DIALECTICA SIN DOGMA
Ciencia natural y concepción del mundo

C. Cipolla
CAÑONES Y VELAS
La primera fase de la expansión
europea (1400-1700)

O. Popescu
EL SISTEMA ECONOMICO
EN LAS MISIONES JESUITICAS


J. K. Galbraith
EL NUEVO ESTADO INDUSTRIAL

H. J. Berman
JUSTICIA EN LA U. R. S. S.
Una interpretación del derecho soviético

E. J. Hobsbawm
REBELDES PRIMITIVOS

J.-R. Capella
EL DERECHO COMO LENGUAJE
Un análisis lógico


José Alsina
DESCUBRIMIENTO DEL MEDITERRANEO
Ensayos sobre cultura europea


C. ULISES MOULINES

1973

LA ESTRUCTURA DEL MUNDO SENSIBLE

(Sistemas fenomenalistas)



EDICIONES ARIEL
Eslugues de Llobregat
BARCELONA

1973

PRÓLOGO

A lo largo de la historia del pensamiento, numerosos filósofos y científicos se han esforzado por integrar las diversas parcelas del conocimiento en un sistema conceptual único como imagen global de la realidad. Este esfuerzo ha resultado casi siempre, en la construcción de sistemas metafísicos, producto de la especulación pura, en los que la vaguedad terminológica, la falta de contenido empírico y el abuso del lenguaje han determinado un sinfín de discusiones estériles para el progreso de la ciencia.

El advenimiento de la lógica moderna y la aplicación de los métodos del análisis filosófico a las cuestiones epistemológicas tradicionales han hecho abandonar a muchos filósofos actuales el sueño metafísico. Por ello, el filósofo no-metafísico tiende actualmente a una labor de análisis y mira con recelo las construcciones sistemáticas. Sin embargo, ésta no es, ni debe ser, una tendencia monolítica. Durante el presente siglo, diversos autores versados por igual en la filosofía y en las ciencias han intentado, con la ayuda de los nuevos métodos de la lógica, satisfacer el viejo afán de integrar el conocimiento en un sistema, sin caer por ello en las vagas especulaciones del pasado, totalmente incontrolables. Los sistemas de integración del conocimiento empírico que así han surgido suelen ser formales o semi-formales en el sentido de que abandonan el lenguaje común (peligroso por sus ambigüedades e imprecisión) y utilizan el lenguaje simbólico de la lógica. Se consiguen así unas construcciones lógicas que son interpretables en el mundo de la experiencia, al cual dan, de este modo, una estructura lingüística (lógica) unitaria, que las teorías científicas particulares por sí solas todavía no han conseguido.

De tal tipo de construcciones lógicas aplicadas a la experiencia forman parte los sistemas fenomenalistas que estudiamos

© 1973: C. U. Moulines, München
Impreso en España
Depósito legal: B. 24.414 - 1973
ISBN: 84-344-3931-X

en este libro. La historia de los sistemas fenomenalistas es muy reciente y todavía más o menos balbuceante. Por esta razón siguen existiendo bastantes malentendidos en torno al objetivo, alcance y limitaciones del fenomenalismo como intento de reconstrucción lógica del conocimiento empírico. La finalidad última de este libro es, justamente, precisar y delimitar el concepto de "sistema fenomenalista", mostrando efectivamente lo que es posible y lo que no es posible hacer con un sistema tal.

En un sistema fenomenalista se trata de definir (construir) el máximo número de conceptos empíricos de los distintos campos de la experiencia a partir de una base mínima. Esta base debe estar constituida por objetos de tipo sensorial o fenoménico, como se suele decir. Éstos son los "individuos" básicos del sistema; partiendo de ellos y de las relaciones primitivas en que entran, han de ser constituidos, mediante el instrumental de la lógica y la matemática, los principales conceptos del conocimiento empírico, ya sean psíquicos o físicos.

Este es, en pocas palabras, el núcleo del llamado programa fenomenalista. Su sentido preciso se comprenderá mejor una vez estudiados los cinco sistemas fenomenalistas que se exponen en este libro.

A estos sistemas los hemos rotulado: "Sistema Mach", "Sistema R-(W-N)" (para "Sistema Russell-(Whitehead-Nicod)", "Sistema Carnap", "Sistema Goodman" y "Sistema T-S".

En el capítulo dedicado al Sistema Mach presentamos a la vez un análisis crítico y una sistematización algo más formal de las ideas fenomenalistas de Ernst Mach en su Análisis de las sensaciones. Los Sistemas Carnap y Goodman han sido revisados siguiendo el orden en que sus autores los expusieron en las dos obras fundamentales del fenomenalismo: *Der logische Aufbau der Welt* y *The Structure of Appearance*, respectivamente. El Sistema R-(W-N) ha surgido de la precisión y formalización de los esbozos trazados por Bertrand Russell en *Our Knowledge of the External World*, completados por nosotros con las construcciones independientes de otros dos autores: Alfred North Whitehead y Jean Nicod. Con esta fusión sistemática de las ideas de estos tres autores se ha pretendido mostrar las posibilidades y limitaciones intrínsecas del sistema que esbozó Russell, con independencia de las enunciaciones a veces inexactas o apresu-

radas de este último. En el último sistema, el llamado T-S, presentamos un sistema axiomático y formalizado que el autor de este libro ha elaborado siguiendo, en lo esencial, las ideas centrales de Rudolf Carnap en su *Aufbau*. El Sistema T-S se llama así porque su base está constituida por dos únicas relaciones primitivas: T (temporalidad) y S (semejanza), establecidas entre los individuos del sistema (las visiones de un sujeto percipiente).

El orden de exposición ha sido el cronológico. El primer intento de sistema fenomenalista (si es que en realidad puede calificarse de tal) es el de Mach. La noción de fenomenalismo se va precisando paulatinamente con los intentos de Russell, Carnap y finalmente Nelson Goodman. No se ha pretendido, con esto, llevar a cabo una revisión histórica exhaustiva de todas las corrientes, ideas o tendencias que, en un sentido general, han podido calificarse de "fenomenalistas", ni tampoco explicar su génesis a partir del empiriocriticismo, del convencionalismo, del kantismo o del empirismo clásico. En vez de tratar del fenomenalismo en general nos hemos restringido al estudio de sistemas fenomenalistas. Y si hemos escogido los que aquí se presentan, es porque son prácticamente los únicos existentes hasta la fecha. Se ha hablado y escrito mucho en pro y en contra del fenomenalismo, pero pocos autores han emprendido la realización efectiva del programa.

Los Sistemas R-(W-N) y T-S se presentan como sistemas deductivos formales. Para ello se ha hecho preciso, naturalmente, el uso de simbolismo lógico y matemático y de las técnicas de la deducción formal. De ahí que, para una máxima rapidez en la lectura del texto, sea aconsejable que el lector tenga un cierto conocimiento lógico y matemático, especialmente de teoría de conjuntos. De todos modos, en el capítulo titulado *Notación lógica y matemática* se ofrecen las instrucciones y aclaraciones necesarias para la plena comprensión de la parte formalizada del texto y para seguir las pruebas formales de los teoremas que aparecen en los Sistemas R-(W-N) y T-S. Un lector no familiarizado con el simbolismo de la lógica y la teoría de conjuntos, tras el estudio de dichas instrucciones, puede comprender perfectamente la parte formalizada de este libro; el nivel de complejidad y precisión lógico-matemática ha sido el más bajo posible

teniendo en cuenta el tema tratado. En realidad, en la mayoría de los casos no se trata de una formalización en sentido estricto, sino sólo de una semi-formalización. Un lógico severo probablemente miraría con el ceño fruncido la falta de rigor formal con que se han llevado a cabo muchas de las construcciones. Para las partes no formalizadas del texto no se ofrecerá, naturalmente, ningún problema en este sentido.

Este libro va dirigido en primer lugar a los estudiosos de filosofía, particularmente a los interesados en la filosofía analítica y en las aplicaciones de la lógica moderna; también puede que sea de algún valor para la historia de la filosofía contemporánea. En segundo lugar, lógicos y matemáticos pueden comprobar en él la posibilidad de una aplicación filosófico-sistemática de sus ciencias formales. También puede atraer a estudiosos de física y psicología que busquen alguna relación formal entre estas dos ciencias. Y, en definitiva, mi esperanza es que este libro sea de interés para todo aquel que no crea que la ciencia consista en un montón informe de especialidades mutuamente sordas.

Unas palabras de agradecimiento: ante todo, a mi maestro y amigo Jesús Mosterín, profesor de Lógica y Filosofía de la Ciencia en la Universidad de Barcelona, quien me ha ayudado en muchas formulaciones de este escrito y a cuya crítica, tanto destructiva como constructiva, debe este libro el no contener más errores de los que, sin duda, contiene; a mi antiguo compañero de estudios, el licenciado en Físicas, Carlos Sala, debo una valiosa colaboración en el análisis de la obra de Carnap y en ciertas cuestiones tratadas en la segunda parte del "Sistema T-S"; también quisiera agradecer vivamente al doctor Francisco Gomá, catedrático de Filosofía en la Universidad de Barcelona, el apoyo moral prestado, sin el cual este libro no habría sido publicado.

Barcelona, septiembre de 1971.

ÍNDICE

Prólogo	7
Introducción	15
Notación lógica y matemática	23
Observaciones terminológicas y pragmáticas sobre los sistemas constitucionales	30
Capítulo I.—EL SISTEMA MACH	37
I.— <i>Los trazos esenciales del sistema</i>	37
El intento de Mach situado en su contexto	37
La unidad de las ciencias	39
El "Yo"	41
La base	42
Funciones de sensaciones	44
Principios metódicos del sistema	46
II.— <i>La construcción del espacio y del tiempo en Mach</i>	49
El espacio fenoménico	50
El tiempo fenoménico	55
El paso al espacio-tiempo de la física	60
Esbozos fenomenalistas a principios de siglo: James y Poincaré	62
Capítulo II.—EL SISTEMA RUSSELL(-WHITEHEAD-NICOD)	66
I.— <i>La construcción del mundo exterior a partir de los datos sensoriales en Russell</i>	66
Un problema epistemológico	67
Datos "duros" y "suaves"	69
La base primitiva	71
Discusión de las relaciones temporales	73
Discusión de las relaciones de semejanza y desemejanza	74
Los objetos sensibles	75
Reformulación del problema epistemológico	76

Las otras bases u "otras mentes"	77
Las perspectivas	79
Las "cosas" momentáneas	82
Recapitulación	85
El problema del puente	86
La partícula o "cosa permanente"	88
Los puntos espaciales	90
II. — <i>La construcción del tiempo en el Sistema Russell estricto. Sus dificultades formales</i>	91
Las condiciones de definición de los instantes	92
Los instantes como clases de equivalencia	95
¿Es la ordenación temporal russelliana una verdadera relación de orden?	98
El tiempo russelliano es conexo y unívocamente determinado	102
Recapitulación	105
III. — <i>La abstracción extensiva de instantes y puntos</i>	107
Algo sobre el sistema de Whitehead	107
El método de la abstracción extensiva en general	110
Primos y anti-primos	115
Constitución de los instantes por abstracción extensiva	117
La constitución de puntos geométrico-sensibles	119
Formalización de la construcción de puntos en Nicod	121
Hacia el fenomenalismo estricto	123
Capítulo III. — EL "AUFBAU" DE CARNAP	126
I. — <i>Características generales</i>	126
El objetivo del "Aufbau"	131
En qué consiste la teoría de la constitución	133
La reducibilidad	134
El cuasi-análisis	135
Los cuatro lenguajes	137
Las tesis (generales) sobre el sistema constitucional	141
II. — <i>El Sistema Carnap</i>	143
I. — El psiquismo propio	143
La base	143
Las cualidades	145
Los sentidos	148
Los sentidos como espacios topológicos	151
Las sensaciones	152
El campo visual y el espectro de colores	153
El tiempo en el psiquismo propio	156
II. — El mundo físico	157
R'	157
La colorificación de R'	160

Los objetos físicos de percepción	161
El mundo de la física	163
La relación de expresión	163
III. — Las mentes ajenas	164
La designación y la declaración	164
Los sistemas fenomenalistas de los demás y la intersubjetividad	165
IV. — Los objetos espirituales o culturales	167
III. — <i>Discusiones en torno al "Aufbau"</i>	168
Capítulo IV. — LA ESTRUCTURA DE LO FENOMÉNICO SEGÚN NELSON GOODMAN	172
Quién es Nelson Goodman	172
La estructura de "Structure"	174
Lucha de sistemas	175
I. — <i>El Sistema Goodman</i>	178
El aparato lógico	178
Los qualia	179
Hacia la constitución de las unidades concretas	182
Cualidades y cuakificación	185
Tamaño y forma	187
II. — <i>Apreciación final de "Structure"</i>	189
Capítulo V. — EL SISTEMA T-S	193
Suposiciones pre-sistemáticas	193
I. — <i>El mundo fenoménico</i>	195
I. — La temporalidad	195
Teoremas elementales sobre T	197
II. — El tiempo	199
El tiempo es una buena ordenación	201
III. — La semejanza	204
IV. — Las cualidades	212
Intersección esencial e intersección casual	215
La construcción de cualidades por cuasi-análisis según Goodman	217
La "dificultad de compañía"	220
La "dificultad de comunidad imperfecta"	223
La función de la condición 4. ^a) de definición de cualidades	225
Ejemplo de construcción de cualidades	225
V. — Las sensaciones	229

VI. — Los lugares	231
“CV” como espacio métrico	241
VII. — Los colores	243
II. — <i>El mundo físico perceptivo (Constitución de los objetos físicos visuales)</i>	245
VIII. — El espacio-tiempo	245
El mundo perceptivo (visual)	247
IX. — Puntos de vista y perspectivas	248
X. — Localización del mundo fenoménico en R^4	252
XI. — Los objetos perceptivos	262
III. — <i>El mundo de la física</i>	264
XII. — Correspondencia físico-perceptiva	265
Bibliografía	269
Índice de autores	273
Índice de materias	275

INTRODUCCIÓN

El programa fenomenalista no es una corriente filosófica que pueda contradecir otras corrientes, o una concepción del mundo que se oponga a otras. Es un método para atacar determinados problemas con el fin de alcanzar un objetivo general. Este objetivo es demostrar la posibilidad de *unificar* formalmente el lenguaje de todas las ciencias y del conocimiento cotidiano sobre una base común, con lo cual se pretende dar también un sentido preciso a la noción de *contrastabilidad* con la experiencia (dentro de un sistema).

La precisión del concepto “sistema fenomenalista” ha llegado tan sólo con la obra de Goodman que aquí estudiaremos: *The Structure of Appearance*. Siguiendo esta precisión, el fenomenalismo no es más, ni menos, que *un programa de reconstrucción lógica de conceptos empíricos a partir de una base única y homogénea, constituida por experiencias sensibles o “fenómenos”*. Un sistema fenomenalista así entendido no tiene pretensiones psicológicas, ni ontológicas, ni siquiera epistemológicas en el sentido tradicional.

Esto no implica que algunas de las cuestiones de este tipo no encuentren cabida en un sistema fenomenalista. Por el contrario, aparte del valor intrínseco de un sistema tal, en él también pueden darse respuestas, o por lo menos planteamientos, a problemas ontológicos y, sobre todo, epistemológicos tradicionales en filosofía. Lo que ocurre es que estos planteamientos deben formularse en términos de un sistema concreto, o sea, *dentro* del sistema y no “desde fuera”. En caso contrario, nunca sabremos desde qué puntos de vista planteamos la cuestión y, por lo tanto, tampoco sabremos de qué cuestión se trata. Quizá no es exacto decir que un sistema fenomenalista prescinde de las cuestiones epistemológicas (y ontológicas); en todo caso, les da un

nuevo sentido, por lo menos a algunas de ellas. Lo que no podrá plantearse dentro de un sistema fenomenalista en sentido estricto son preguntas de la forma: "¿Qué es lo que *realmente* hay en el mundo?", o "¿Qué es lo que conocemos *realmente*?", o "¿Qué conocemos *primero*?", éstas son preguntas externas al sistema.

Pero veamos más de cerca la naturaleza de un sistema fenomenalista. "Fenómeno" significa "lo-que-aparece", y más exactamente, lo que aparece a un sujeto determinado. En cuanto que es una precisión del programa empirista, el fenomenalismo trata de levantar todo lo que pueda del edificio conceptual del conocimiento cotidiano y científico de la realidad sobre la base de los objetos de experiencia, y estos objetos de experiencia los considera, a su vez, definibles como objetos de apariencia-a-un-sujeto. Como tantas veces se ha dicho ya, esto no implica, en absoluto, ninguna forma de subjetivismo ni de idealismo: adoptando la metodología fenomenalista no se afirma la existencia previa de un sujeto, sino, en todo caso, la existencia de apariencias-a-un-sujeto, lo cual, evidentemente, no es lo mismo. Una apariencia-a-un-sujeto, en un sistema fenomenalista, es un único término primitivo, un "átomo" que no contiene nada; el sujeto, si algo es, será un objeto a construir mucho más tarde en el sistema, a partir de las relaciones entre apariencias-a-un-sujeto.

El fenómeno, lo-que-aparece, se suele contraponer al nómeno, la cosa-en-sí, lo-que-es, siguiendo la radical dicotomía que estableció Kant en la *Crítica de la Razón Pura*. Esta dicotomía no es, dentro de un sistema fenomenalista, tan radical como Kant afirmó. Si lo-que-es se contrapone a lo-que-aparece simplemente en tanto que no aparece, en un sistema fenomenalista se pueden construir objetos que existen dentro del sistema, pero que no aparecen, en el sentido de que no son apariencias-a-un-sujeto. De hecho, la mayoría de los objetos interesantes son de tal tipo: una clase de cosas-que-aparecen por ejemplo, no es una cosa-que-aparece, sino una clase.

Ahora bien, si se admite que los individuos básicos del sistema (las apariencias-a-un-sujeto) son "reales", no hay por qué negar ese mismo *status* de realidad a las clases de esos individuos, a las clases de esas clases, etc., o sea, a todas las estructuras definidas lógico-matemáticamente a partir de los individuos básicos. Las clases pueden ser tan reales como los elementos que

las constituyen, mientras no se demuestre lo contrario (es decir, mientras no se demuestre que su definición es una descripción impropia o vacía).

Al no querer comprender que una construcción lógica o matemática a partir de datos básicos no tiene por qué ser una fantasía o ilusión, el empirismo tradicional cayó o bien en el subjetivismo o bien en la incoherencia. Cuando el empirismo quiere ser consistente consigo mismo (Hume), sólo puede admitir como objetos de conocimiento las impresiones y las ideas como pálidos recuerdos de las impresiones. Cuando el empirismo quiere "salvar" algunos de los objetos que no experimentamos, pero que se admite que conocemos —la materia de Locke, el Dios de Berkeley, la Posibilidad Permanente de Sensación de John Stuart Mill—, cae en la arbitrariedad y la inconsistencia.

Kant vio más claro que sus predecesores empiristas la necesidad de admitir como conocimiento genuino el prestado por la percepción sensorial inmediata *más* la elaboración formal proporcionada por las *formas a priori* de la sensibilidad (espacio y tiempo) y del entendimiento (categorías). Sin embargo, y prescindiendo ya del hecho de que las "formas" kantianas tienen mucho más de filtro psicológico que de instrumento lógico-matemático de definición, esta elaboración formal del objeto de conocimiento sigue siendo para Kant algo subjetivo, "interno", que no nos permite (incluso nos impide) llegar al conocimiento objetivo, a la cosa-en-sí. Por otra parte, Kant es ambiguo respecto al nivel lógico en el que hay que considerar el contenido del conocimiento empírico, a saber, la *experiencia*. No está nunca claro en Kant si por experiencia hay que entender los datos sensoriales o la elaboración formal de los mismos. Esta ambigüedad la ha puesto de relieve Roger Verneaux en *Le vocabulaire de Kant*: "En el primer sentido, la experiencia es la impresión sensible, todavía no elaborada, tomada aparte, por tanto, y si se puede decir así, tomada en sí misma; es la sensación, o la percepción, o también la intuición empírica. En el segundo sentido, la experiencia es un agrupamiento, una síntesis de sensaciones, síntesis operada según leyes necesarias" (p. 78).

Pero no pretendemos aquí en absoluto hacer una crítica de Kant y del empirismo. Hemos aludido solamente a las dificultades que resultan de la falta de claridad y distinción en el proceso

de construcción de los conceptos empíricos; estas dificultades surgirán siempre que dicha construcción se realice de manera discursiva y no sistemático-formal.

Ciertamente, el fenomenalismo del siglo xx está conectado históricamente con el empirismo y con Kant. Mach, al que puede considerarse precursor de los sistemas fenomenalistas dados, estaba influido a la par por Kant y Hume. Para algunos críticos contemporáneos, inclusive, el fenomenalismo no es más que la precisión formal del viejo empirismo. Así, Friedrich Kambartel en su *Erfahrung und Struktur*, refiriéndose al *Aufbau* de Carnap, dice: "La obra de Carnap es al *Essay* de Locke lo que la afirmación es al intento de demostración" (p. 150). Análogo punto de vista toma Ayer en *The Problem of Knowledge* (cap. III, § vi). Es indiscutible que, en ciertos aspectos, un sistema fenomenalista puede considerarse como una precisión formal de algunos postulados y métodos empiristas. Pero me parece incorrecta la afirmación de que *no es más* que esto. Creo que la exposición y crítica de los cuatro sistemas históricos, así como la presentación del Sistema T-S al final, es el mejor argumento en contra de tal afirmación. Con todo, aquí haremos ya algunas observaciones a este respecto.

El empirismo es esencialmente una *teoría del conocimiento*, y además una tal, que intenta resolver las cuestiones epistemológicas a través de una investigación fundamentalmente psicológica. El propósito epistemológico del empirismo lo formula con toda claridad John Locke, al principio de su *Essay Concerning Human Understanding*: "... investigar el origen, certeza y alcance del conocimiento humano, junto con los fundamentos y grados de creencia, opinión y asentimiento" (I. i. 2). En este sentido, el empirismo toma como tarea primordial la resolución de viejos problemas epistemológicos como los de "qué conocemos realmente", "qué conocemos primero", "qué diferencia hay entre conocer y creer", etc. Pues bien, éste *no es* el propósito de un sistema fenomenalista tal como aquí lo entendemos. Un sistema fenomenalista genuino *no es* una teoría del conocimiento, aunque sin duda puede contribuir a clarificar ciertas formulaciones epistemológicas. Por esto, aun cuando fenomenalismo y empirismo pueden tener en común ciertos rasgos metodológicos generales y su "punto de partida" es el mismo, sus objetivos y

realizaciones concretas son dispares, no obstante. Un sistema fenomenalista no es más que un sistema formal de reconstrucción lógica de términos empíricos sobre cierta base, que no se afirma que sea "originaria" en un sentido absoluto, ni "cierta" en la acepción de Locke. Aún menos se trata en un sistema fenomenalista de investigar grados de creencia, opinión y cosas parecidas. En realidad, desde nuestro punto de vista actual, las cuestiones que Locke menciona, pertenecen más bien a la psicología, o, si se quiere ser más preciso, a la psicología de la percepción y a la teoría del aprendizaje. A nuestro entender, el empirismo clásico era más el intento de una teoría psicológica, que una investigación filosófica. Johannes Rehmke, en su *Philosophie als Grundwissenschaft*, ha caracterizado el empirismo de "teoría del conocimiento psicológica", de teoría que plantea el problema del conocimiento desde una perspectiva psicológica. La característica fundamental del empirismo es preguntarse por qué sea lo inmediatamente dado en la conciencia y cómo se establecen relaciones entre los elementos de lo dado.

A un fenomenalista estricto, en cambio, esta pregunta le tiene (o debería tenerle) sin cuidado. Al construir un sistema fenomenalista no se trata de resolver una cuestión epistemológica universal, sino de tomar una *decisión* sistemática, después de la cual, en todo caso, podrán reformularse ciertas cuestiones epistemológicas. La decisión consiste en aplicar un sistema formal en que los individuos y los predicados primitivos (todos los cuales son indefinibles) serán, por estipulación, la base de partida, "lo inmediatamente dado", si se quiere. Naturalmente, para que este sistema merezca el calificativo de "fenomenalista", habrá que suponer, desde fuera del sistema, que los conceptos primitivos se refieren a ciertos elementos sensibles o fenoménicos. Pero con ello no se pretende establecer prioridades epistémicas ni una jerarquía de principios cognoscitivos.

El intento fenomenalista reviste cierta analogía con los primeros esfuerzos de fundamentación lógica de las matemáticas, sobre todo por parte de Frege y Russell. La analogía consiste en que así como estos autores trataban de fundamentar el dominio de las ciencias formales en su núcleo más sólido, la lógica, por parte del fenomenalismo se intenta fundamentar el conocimiento empírico (científico y pre-científico) a partir de lo que

parece su núcleo más sólido: la experiencia sensible. El definir las *cualidades* a partir de las *vivencias*, como hace Carnap, o a partir de las visiones, como haremos en el Sistema T-S, es un proceso formalmente comparable, por ejemplo, a la definición logicista de número natural tal como aparece en las *Grundlagen der Arithmetik*, de Frege. Esta analogía ha sido notada por Wolfgang Stegmüller en su ensayo *Der Phänomenalismus und seine Schwierigkeiten*: "La realización del programa fenomenalista significaría entonces para las ciencias reales algo parecido a lo que la extraordinaria teoría fregeana, con su demostración de la reducibilidad de todo el lenguaje de la lógica y la matemática a un vocabulario lógico primitivo, significó para las ciencias formales" (p. 17).

La realización del programa fenomenalista en su totalidad todavía no se ha conseguido. Esto no es de extrañar, pues este intento es muy reciente y ambicioso. En realidad, el primero en emprenderlo formalmente fue Carnap en su *Aufbau* y sólo Goodman después ha construido otro sistema, más perfecto, pero también de pretensiones mucho más modestas. Con el Sistema T-S que presentamos en el capítulo V, tenemos la esperanza de haber dado un paso más, por pequeño que sea, en el camino iniciado por Carnap.

Si se consigue el objetivo final del programa fenomenalista, la constitución unitaria del mundo empírico, se habrá demostrado que lógicamente (o quizá, mejor, metodológicamente) no hay distintos campos de la experiencia humana mutuamente irreducibles, o sea, mutuamente inexplicables. Se habrá demostrado que los diferentes modos de hablar sobre los "diversos campos" de la experiencia son únicamente cómodas abreviaciones de nuestro lenguaje cotidiano o científico asistemático. Lo que *no* se habrá demostrado con la reducción fenomenalista de todos los conceptos a una base única es que "todos los objetos (conocidos) son en sí mismos de la misma naturaleza". Esta proposición, por su carácter extra-sistemáticamente ontológico, no puede ser enunciada dentro de un sistema fenomenalista. Tampoco se podrá afirmar: "todos los objetos que conocemos, los conocemos de la misma manera", por el carácter extra-sistemáticamente epistemológico de esta afirmación. Lo único que podrá afirmarse, en todo caso, es que "de todos los objetos que conocemos empírica-

mente, podemos hablar del mismo modo (con el mismo lenguaje formal)".

Que se pueda hablar de toda la realidad empírica en un mismo lenguaje no significa que sólo pueda haber *un* lenguaje, el de *un* sistema fenomenalista, que sirva a tal fin. Para empezar, puede haber diversos sistemas fenomenalistas consistentes y suficientemente potentes. Con este libro hemos querido dar una prueba de ello.

Pero, además, no sólo son compatibles varios sistemas fenomenalistas entre sí, sino también sistemas fenomenalistas con sistemas no-fenomenalistas. Un sistema fenomenalista pertenece a una clase más amplia de sistemas, que de un modo general podríamos llamar "*empírico-constitucionales*". La base escogida para reducir todos los términos empíricos puede ser física, en vez de fenoménica. Tendremos entonces un sistema fiscalista. Éste puede ser más apto para resolver determinados problemas. Pero ningún sistema niega la validez del otro. En los años treinta, Carnap y Neurath trataron de elaborar algún sistema fiscalista que unificara el lenguaje de la física, la psicología y la sociología. Sus resultados no fueron muy brillantes, y lo cierto es que, hasta la fecha, no ha aparecido ni siquiera un esbozo de sistema fiscalista comparable con el *Aufbau*. Pero esto, naturalmente, no demuestra más que la pereza de los investigadores.

Por lo que conozco, la pretensión "totalizante" de un sistema constitucional en general no ha sido refutada formalmente, a no ser que entendamos como tal refutación la imposibilidad de definir los términos teóricos a partir de los observacionales (véase el análisis de Hempel en *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*). Este resultado no debe considerarse una refutación del fenomenalismo si se admite que lo esencial en un sistema fenomenalista es la constitución de los términos observacionales sobre una base fenoménica y si se reconoce la posibilidad de introducir desde una base tal los términos no-observacionales por medio de otros instrumentos lógicos que no sean la definición nominal (enunciados reductivos, o reglas de correspondencia, por ejemplo). Por lo demás, teóricamente al menos, es posible eliminar los términos teóricos, sustituyéndolos por observacionales en una teoría empírica dada. Esta posibilidad fue demostrada por William Craig, en su famoso teorema, formulado

en su artículo "On Axiomatizability within a System" (*Journal of Symbolic Logic*, 1953).

La mayoría de críticas contemporáneas que se han hecho al fenomenalismo han provenido de considerarlo como una doctrina epistemológica. Éste es el caso de las críticas de Kambartel y Ayer en sus respectivas obras ya citadas. Lo mismo puede decirse de Max Black en su ensayo "The Language of Sense-Data", dentro de la colección *Problems of Analysis*. Black, en realidad, identifica el fenomenalismo con la teoría de los "sense-data". Ya hemos explicado en qué sentido un sistema fenomenalista es independiente de cuestiones epistemológicas, y por tanto, independiente del fenomenalismo entendido como teoría del conocimiento.

Las dificultades puestas de relieve por Stegmüller en el ensayo ya citado son de carácter más lógico e interno al sistema. Una discusión de ellas, por su carácter técnico, nos llevaría probablemente a extendernos mucho más de lo que aquí es factible. Por esto, sólo adelanto que no creo que las objeciones de Stegmüller sean definitivas.

De todos modos, bien pudiera ser que el intento "universal" —como lo llama Stegmüller— del fenomenalismo demostrara algún día ser formalmente imposible. Este peligro es inherente a toda empresa científica. Con todo, los esfuerzos realizados seguirían siendo valiosos: se sabría exactamente qué parte de nuestro conocimiento empírico es efectivamente unificable sobre una base fenoménica. Y esto creo que ya es interesante. Por lo menos para el filósofo.

Ha costado mucho la gestación de las ideas aquí expuestas sobre lo que es (o debe ser) un sistema fenomenalista o "empírico-constitucional" en general. En la crítica que haremos de los primeros cuatro sistemas veremos que sólo a partir de Carnap empiezan a quedar delimitadas las nociones, si bien este autor también cae en ciertas confusiones que complican innecesariamente su empresa. Por esta causa, la noción de sistema fenomenalista que hemos establecido en las páginas anteriores no pretende ser una interpretación históricamente exacta, sino una precisión formal, desde la cual hay que juzgar los intentos anteriores.

NOTACIÓN LÓGICA Y MATEMÁTICA

Presentamos aquí la lista de los signos, abreviaciones y nociones generales utilizados en las partes formalizadas del texto, explicando su uso o significado, para una comprensión más rápida en el lector no habituado. La mayoría de estos signos pertenecen a la lógica elemental o bien a la teoría elemental de conjuntos, y pueden encontrarse mejores aclaraciones o precisiones en cualquier manual.

Las variables del campo estudiado

Dado un sistema formalizado, las variables que aparecen en él se refieren a las entidades extra-lingüísticas admitidas por dicho sistema. El conjunto de estas entidades determina lo que, siguiendo a Quine, podríamos llamar la "ontología" del sistema. La ontología de un sistema constitucional consta de dos grandes tipos de entidades: el primer tipo lo constituyen los *individuos* del sistema; el segundo tipo lo forman *clases* o *conjuntos*, los cuales, a su vez, pueden ser clases de individuos o de otras clases de un nivel inferior. (En nuestra exposición formal de los sistemas fenomenalistas, no consideraremos ninguna diferencia formal entre conjuntos y clases;¹ usaremos preferentemente el término "conjunto".) Para designar las variables que se refieren a los individuos, emplearemos distintas letras según el sistema, tal como ya se indicará en cada caso. Cuando sea necesario, a estas variables les añadiremos superíndices (acentos) o bien subíndices, que serán números naturales en los casos en que se individualicen estas variables en algún sentido; en caso de que sean

1. Esta diferencia se establece en la teoría axiomática de conjuntos de Von Neumann-Bernays-Gödel.

tratadas con generalidad, los subíndices serán las letras i, j, k, h, \dots . A veces, dentro de un mismo sistema, utilizaremos *abreviaciones* de nombres de determinados tipos de objetos construidos como nombres de variables (con subíndices). Así, por ejemplo, las abreviaciones " os_i "; " os_j ", etc., se utilizarán como variables en el Sistema Russell para denotar las entidades de un determinado campo del dominio tratado por este sistema: los objetos sensibles.

Las clases o conjuntos se pueden formar, en un sistema, de distintas maneras, y serán designados también con distintas letras o abreviaciones, con subíndices si es necesario. A los conjuntos individualizados los denotamos con la abreviación pertinente, con la primera letra en mayúscula; así, por ejemplo, "Qual" designará en el Sistema T-S la clase de todas las cualidades. A las relaciones y funciones las denotaremos de la misma manera, aunque escrita la abreviación en cursiva; así, la relación *Sml* será la relación de simultaneidad entre visiones en el Sistema T-S.

Signos lógicos y conjuntistas

Para las conectivas lógicas utilizaremos los siguientes signos (usuales en la mayoría de textos formalizados):

- " \neg ": para la negación; se lee "no".
- " \wedge ": para la conjunción de enunciados; se lee "y".
- " \vee ": para la disyunción de enunciados; se lee "o".
- " \rightarrow ": para el condicional; se lee "implica" o bien "si..., entonces...".
- " \leftrightarrow ": para el bicondicional; se lee "si y sólo si". (A veces, en lenguaje informal, para abreviar la expresión "si y sólo si", escribiremos "syss").

Para la igualdad se usa el signo tradicional " $=$ ". Se le añadirá el subíndice "df" cuando se quiera expresar una igualdad definicional: " $A =_{df} B$ " significa "A es (igual) por definición (a) B". Para negar una igualdad se utiliza el signo " \neq ".

El subíndice "df" también se añadirá al bicondicional cuando éste exprese que dos enunciados son lógicamente equivalentes

por definición: " $p \leftrightarrow_{df} q$ " expresa que p es, por definición, equivalente a q . En las definiciones, la igualdad se establece entre términos o conceptos, mientras que el bicondicional sólo tiene sentido entre enunciados.

Los *cuantificadores* universal y particular o existencial, llamados también "generalizador" y "particularizador", se escriben respectivamente con los signos: " \wedge " y " \vee ". " \wedge " se lee "para todo" o "para cualquier"; " \vee " se lee "para algún" o "existe algún". (A los términos que siguen a los cuantificadores los llamamos "términos cuantificados". Solamente las variables del sistema pueden ser términos cuantificados.)

Cuando queramos indicar que existe un elemento y uno solo que cumpla una determinada propiedad P escribiremos un 1 encima del particularizador, así

$$\overset{1}{\vee} x Px$$

se lee: "existe un x y uno solo tal que Px ".

" $\overset{1}{\vee}$ " no es un símbolo para un nuevo cuantificador, sino que se puede definir a partir de " \vee ":

$$\overset{1}{\vee} x Px \leftrightarrow_{df} \vee x (Px \wedge \wedge y (Py \rightarrow y = x))$$

En unos pocos casos hemos usado el signo del *descriptor* " ι ". " $\iota x Px$ " se lee: "el x tal que Px ".

Los *paréntesis*, en cuanto signo auxiliar, tienen diversas funciones. En algunos casos sirven para separar fórmulas, de modo que no haya lugar a confusión: en

$$(p \wedge q) \vee (q \wedge r)$$

serven para indicar que las fórmulas unidad son " $p \wedge q$ " y " $q \wedge r$ ". Después de una cuantificación se suele también colocar paréntesis y, dentro de ellos, la fórmula cuantificada, para evitar confusiones. Así, por ejemplo, en " $\vee x (x R y)$ ", " $x R y$ " es la fórmula cuantificada existencialmente. En estos casos, los paréntesis se leen: "tal que"; la fórmula anterior se leería: "existe algún x tal que $x R y$ ".

Las llaves "{...}" indican simplemente un conjunto cuyos elementos se expresan mediante la primera o primeras variables que aparecen dentro de las llaves. Las variables individuales del conjunto aparecen separadas de la propiedad que define el conjunto mediante la barra "/". Así,

$$\{x/x R y_0\}$$

denota el conjunto de individuos x que están relacionados según la relación R con el individuo y_0 .

Por lo demás, otros símbolos utilizados en nuestras fórmulas serán algunos de los corrientes en aritmética elemental, tales como "+", "-", "≤", etc.

Del *Cálculo de clases* empleamos los signos tradicionales:

- "U": para la unión de conjuntos o clases.
- "∩": para la intersección de conjuntos o clases.
- "C": para la relación "estar contenido en" entre conjuntos. " $A \subset B$ " se lee "A está contenido en B".
- "ε": es el signo que expresa la pertenencia de un elemento a un conjunto. " $x \in A$ " se lee: "x es elemento de (o pertenece a) A". La negación de la pertenencia la expresaremos así: "∉". " $x \notin A$ " se lee "x no es elemento de A". Esto es equivalente a " $\neg x \in A$ " ("no es el caso que x sea elemento de A").

Cuando en una cuantificación universal o particular aparezca un enunciado de pertenencia a un conjunto que implique otro u otros enunciados, abreviaremos la fórmula total en el siguiente sentido: en vez de escribir, por ejemplo,

$$\wedge x (x \in A \rightarrow Px)$$

(que se leería: "para todo x , si x es elemento de A, entonces x tiene la propiedad P"), escribiremos

$$\wedge x \in A (Px)$$

(que se lee: "para todo x de A, x tiene la propiedad P").

El conjunto vacío

Se expresa, como es usual, con el signo " \emptyset ". Es el conjunto al que no pertenece ningún elemento.

Cardinalidad

"card" será la abreviación para expresar "cardinalidad", es decir, el número de elementos que tiene un conjunto. Así, por ejemplo, " $\text{card } A = n$ " significa que la cardinalidad del conjunto A es el número n .

Conjuntos numéricos especiales

Siguiendo la notación estándar en el análisis, "N" representa el conjunto de los números naturales; "Z", el conjunto de los números enteros; "Q", el conjunto de los números racionales, y "R", el conjunto de los números reales.

Producto cartesiano

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano " $A \times B$ " es el conjunto de todos los pares de elementos *ordenados*, tales que el primero es siempre elemento de A y el segundo siempre lo es de B (un par ordenado de dos elementos x e y se escribe " $\langle x, y \rangle$ "):

$$A \times B =_{\text{def}} \{ \langle x, y \rangle / x \in A \wedge y \in B \}$$

Un conjunto de elementos en que el orden *no* interese se llama "par desordenado" y lo escribiremos entre paréntesis: " (x, y) ".

Dominio y recorrido o contradominio de una relación

Las relaciones diádicas (y las funciones diádicas como casos especiales de ellas) están constituidas por pares ordenados de elementos. Al conjunto de los primeros miembros de cada par se le suele llamar "dominio" (" D_1 ") de la relación, y al conjunto

de los segundos miembros, "recorrido" o "contradominio" (" D_2 ") de la relación. Así, si la relación R relaciona el conjunto A con el B , diremos que A es el dominio de R y B su recorrido o contradominio.

Si tenemos una relación R definida sobre un dominio A , y de este dominio sólo nos interesa considerar un subconjunto C respecto a R , a la relación R restringida sobre C se la llama "restricción de R a C ", y se escribirá así: " $R|C$ ".

Funciones

Las aplicaciones o funciones (que son un tipo especial de relaciones: relaciones unívocas por la derecha) las expresamos, como es corriente, por medio de flechas, que serán de dos puntas si la aplicación es biyectiva (o sea, si la función es una "biyección" o "aplicación uno-uno"). Para no confundir las aplicaciones con los condicionales y bicondicionales, las flechas de las aplicaciones se dibujan más largas. Así, por ejemplo,

$$f: A \longrightarrow B$$

significa que hay una aplicación o función f de A sobre B . Y

$$g: A \longleftrightarrow B$$

significa que hay una aplicación biyectiva o biyección g entre A y B . (En cambio, " $p \rightarrow q$ " significa que p implica q , y " $p \leftrightarrow q$ " significa " p si y sólo si q ".)

Relación de equivalencia y relación de orden

Una relación diádica R diremos que es de *equivalencia* si cumple las siguientes propiedades:

Reflexiva: $\wedge x xRx$ (todo elemento de su dominio está relacionado consigo mismo).

Simétrica: $\wedge xy (xRy \rightarrow yRx)$ (si un elemento está relacionado con otro, el segundo también lo está con el primero).

Transitiva: $\wedge xyz (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$ (si x está relacionado con y e y está relacionado con z , entonces x está relacionado con z).

Si tenemos un conjunto C y en él definida una relación de equivalencia R , al conjunto de las clases de equivalencia en que R divide a C se le llama "*conjunto cociente*" y se escribe así: " C/R ".

Una relación diádica R diremos que es de *orden* si cumple las siguientes propiedades:

Reflexiva

Antisimétrica: $\wedge xy (xRy \wedge yRx \rightarrow x = y)$ (dos elementos no pueden estar relacionados en ambos sentidos a no ser que sean iguales).

Transitiva

(Algunos autores entienden por relación de orden una relación que, además de la propiedad transitiva, cumple la propiedad *asimétrica*:

$$\wedge xy (xRy \rightarrow \neg yRx)$$

en vez de la propiedad antisimétrica antes mencionada. Pero aquí sólo estudiaremos relaciones de orden del primer tipo.)

OBSERVACIONES TERMINOLÓGICAS
Y PRAGMÁTICAS SOBRE LOS SISTEMAS
CONSTITUCIONALES

1. Para indicar en forma abreviada el *status* que posee un determinado término o enunciado, en un momento dado, respecto de uno de los sistemas de constitución fenomenalista aquí expuestos, introducimos las siguientes locuciones calificativas que, en su sentido general, han sido tomadas (en parte) de la obra de Goodman antes citada: un término o un enunciado será *sistemático* si y sólo si pertenece al sistema constitucional examinado, es decir, si ha sido definido o afirmado dentro de dicho sistema; así, por ejemplo, "Qual" será un término sistemático en el Sistema T-S. Se tratará, en cambio, de un término o enunciado *pre-sistemático*, cuando, sin pertenecer todavía al sistema, o considerándolo como si no perteneciese a él —aunque ya lo hubiésemos construido anteriormente—, sea, sin embargo, un término o enunciado empírico y que, por lo tanto, debería, en principio, entrar posteriormente en el sistema, por lo menos suponiendo que éste estuviera completamente elaborado; así, por ejemplo, "una cualidad", entendida desde el punto de vista de nuestro lenguaje corriente, previo a cualquier construcción lógica, es un término pre-sistemático. Un término o enunciado es *extra-sistemático* cuando no pertenece propiamente al sistema considerado, aunque puede ser usado o mencionado dentro de él. Tales son todos los términos y enunciados de la lógica y la matemática (es decir, todos los que son no-empíricos y formales), como "conjunto", "relación", "espacio topológico", etc.

2. Para llevar a cabo ordenadamente las constituciones de objetos de experiencia, precisamos de tres clases de enunciados de distinto *status* lógico y epistemológico: *definiciones*, *axiomas* y *teoremas*; esta tríada es típica de cualquier sistema axiomático.

(No establecemos ninguna distinción, como a veces se pretende hacer en estudios semejantes, entre "axioma" y "postulado"; creemos que, si alguna distinción existe entre ambos tipos de enunciados, ésta es subjetiva e intuitiva, no lógica; por lo tanto, no debe ser considerada válida en un sistema formal.)

3. Las demostraciones de los teoremas proceden, en general, con un rigor y detalle intermedios entre el de la matemática académica usual y el de la lógica: escribimos únicamente los pasos necesarios para seguir el hilo de la prueba. Sólo unas pocas de las demostraciones presentadas en el Sistema R-(W-N) y en el Sistema T-S son estrictamente *formales* (en el sentido lógico de seguir paso a paso las reglas de inferencia); a la mayoría de las pruebas más elaboradas las podríamos considerar *semi-formales*. En éstas disponemos cada línea de la prueba inmediatamente debajo de la que le antecede lógicamente. En general, pospondremos a la línea inferida la indicación del teorema, definición o axioma sistemático de que se infiere. Así, por ejemplo, si a lo largo de una demostración, la fórmula q se deduce de la p por el teorema *Te. III-1*, escribiremos

$$\begin{array}{l} : \\ : \\ p \\ q \\ : \\ : \end{array} \quad \text{por Te. III-1}$$

Otros pasos en una prueba no se harán por medio de los enunciados internos al sistema, sino por reglas lógicas generales de inferencia. Entonces pondremos también la abreviatura de la regla lógica utilizada al lado de la fórmula inferida. Las reglas lógicas de inferencia aplicadas en este trabajo son las mismas que aparecen en el manual de J. Mosterín: *Lógica de primer orden*, bajo los encabezamientos "Reglas primitivas de inferencia" (p. 49) y "Reglas derivadas de inferencia" (p. 54). Las abreviaturas utilizadas por nosotros son también las abreviaturas estándar que aparecen allí.

Para quien no conozca el libro de Mosterín, nos ha parecido conveniente repetir aquí la lista de las reglas de inferencia, de modo que pueda seguir paso a paso las pruebas y comprobar

su validez. Las reglas que indicamos a continuación no son todas las que aparecen en el libro antes citado; los teoremas probados son relativamente sencillos en general, y se pueden demostrar con un pequeño número de reglas. En particular, no hemos utilizado las reglas del descriptor y del igualador.

Las reglas de inferencia de un cálculo lógico son de dos tipos: *primitivas* y *derivadas*. Las reglas primitivas definen el cálculo en cuestión. Las derivadas son teoremas lógicos que pueden probarse a partir de algunas reglas primitivas, pero que en una deducción larga es más cómodo utilizar como reglas aceptadas.

REGLAS PRIMITIVAS DE INFERENCIA

Modus ponens (MP):

De	$p \rightarrow q$
y	p
se puede pasar a	q

Modus tollens (MT):

De	$p \rightarrow q$
y	$\neg q$
se puede pasar a	$\neg p$

Introducción del disyuntor (ID):

De	p
se puede pasar a	$p \vee q$, siendo q cualquier fórmula.

Introducción del conyuntor (IC):

De	p
y	q
se puede pasar a	$p \wedge q$

Eliminación del disyuntor (ED):

De	$p \vee q$
y	$\neg q$
se puede pasar a	p

Eliminación del conyuntor (EC):

De	$p \wedge q$
se puede pasar a	p
o también a	q

Introducción del particularizador (IP):

Si en la fórmula p aparece un término cualquiera t , éste puede ser sustituido por una variable x y podremos escribir, en vez de p sola

$$\forall x p$$

(dentro de p figura ahora x en vez de t).

(t , en particular, puede ser también una variable.)

Ejemplo: Supongamos que tenemos la fórmula

$$r \in A$$

Mediante IP podemos pasar a

$$\forall x (x \in A)$$

Eliminación del particularizador (EP):

De la fórmula $\forall x p$, podemos pasar a p sustituyendo dentro de p , x por otra variable u , con la condición de que esta u no apareciera en ninguna línea anterior de la prueba.

Eliminación del generalizador (EG):

De $\wedge x p$, podemos pasar a p sustituyendo, dentro de p , la variable x por otro término cualquiera, incluida la misma x .

REGLAS DERIVADAS DE INFERENCIA

Identidad (I):

Para todo término t , siempre podemos escribir: $t = t$.

Negación del generalizador (NG):

De $\neg \wedge x p$
 se puede pasar a $\forall x \neg p$
 y viceversa.

Negación del particularizador (NP):

De $\neg \forall x p$
 se puede pasar a $\wedge x \neg p$
 y viceversa.

Transitividad del bicondicional (TB):

De $p \leftrightarrow q$
 y $q \leftrightarrow r$
 se puede pasar a $p \leftrightarrow r$

Como reglas derivadas, que no aparecen en la *Lógica* de Mosterín, hemos añadido las llamadas "leyes de De Morgan":

Negación del disyuntor (ND):

De $\neg(p \vee q)$
 se puede pasar a $\neg p \wedge \neg q$

Negación del conyuntor (NC):

De $\neg(p \wedge q)$
 se puede pasar a $\neg p \vee \neg q$

En algunos casos en que la inferencia lógica es intuitivamente inmediata —aunque formalmente necesitaría de varias reglas y teoremas combinados— escribiremos al lado de la inferencia simplemente "por *Lógica*".

No todas las inferencias o "pasos" extra-sistemáticos se hacen mediante reglas lógicas. Algunos se basan en alguna propiedad conjuntista o aritmética. Entonces escribiremos al lado de la línea inferida: "por *teoría de conjuntos*", o "por *aritmética*"; ge-

neralmente no especificaremos más, ya que las propiedades o teoremas utilizados serán bastante elementales.

Cuando el paso de una fórmula p a otra q , ya sea mediante reglas lógicas de inferencia, enunciados internos al sistema, teoría de conjuntos o aritmética, sea lógicamente reversible, escribiremos el signo del bicondicional, " \leftrightarrow " delante de q .

En los casos en que la demostración de un teorema sea muy inmediata y sencilla no la escribiremos. En otros casos semejantes, la prueba será puramente discursiva, o sea, *informal*.

En las pruebas formales o semi-formales solemos proceder por reducción al absurdo, es decir, suponiendo la negación de lo que hay que probar y viendo que esta suposición lleva a contradicción. La contradicción se hará evidente, generalmente, en las dos últimas líneas de la prueba, en que tendremos una proposición p y su contradictoria $\neg p$. Para poner de manifiesto que se ha llegado a una contradicción, escribiremos detrás de la última línea un signo de admiración:

$$\begin{array}{l} \vdots \\ p \\ \neg p \quad ! \end{array}$$

Para indicar que hemos demostrado lo que queríamos, escribiremos al final las siglas "q.e.d." (*quod erat demonstrandum*).

No se ha especificado ningún cálculo lógico de deducción, por medio del cual las pruebas pudieran hacerse técnicamente más rigurosas. Se puede emplear cualquier cálculo, siempre y cuando sea "clásico", es decir, no-intuicionista. En algunas pruebas se ha utilizado explícitamente el cálculo de Kalish y Montague, de la Universidad de California; el funcionamiento de este cálculo viene detallado en el citado libro de Mosterín.

En todos los sistemas, excepto en el de Goodman, la matemática y la lógica supuestas son las clásicas y, por añadidura, "platónicas" en el sentido de Quine: es decir, admitimos la existencia de clases y la posibilidad de utilizarlas como variables cuantificables. La justificación de esta base extrasistemática es puramente pragmática: en caso contrario, de admitir cálculos finitistas o nominalistas, la construcción y exposición se habrían complicado, sin duda, mucho más.

CAPÍTULO I
EL SISTEMA MACH

I. — LOS TRAZOS ESENCIALES DEL SISTEMA

El intento de Mach situado en su contexto

La primera edición del *Análisis de las sensaciones* de Mach está fechada en el año 1885. A partir de entonces se sucedieron las ediciones del que fue un libro muy popular en el cambio de siglo. Las sucesivas ediciones fueron cada vez más ampliadas y revisadas. Antes de 1885, Mach sólo había publicado como obra importante su *Mecánica*, un análisis crítico de los fundamentos de la mecánica newtoniana que, desde un punto de vista, epistemológico y metodológico, es notable por su anticipación de algunas de las ideas que Einstein sentaría posteriormente en el mismo campo.

El año 1885 señala un punto de inflexión en la filosofía germánica, hasta entonces dominada casi exclusivamente por ciertas formas de kantismo y de materialismo metafísico. En cierto modo, Mach dio el aldabonazo para que los filósofos se pusieran a investigar los fundamentos de las ciencias empíricas, y los científicos consideraran su dominio con una mirada filosófica. Dos de los filósofos empiriocriticistas más conocidos de finales del siglo XIX, Avenarius y Petzold (Mach no puede ser tenido estrictamente por "empiriocriticista"), estuvieron influidos, como reconocieron explícitamente, por el *Análisis de las sensaciones* de Mach. Y lo mismo puede decirse de científicos naturales como Clifford, Pearson y James.

Las ideas de Mach estaban latentes en la atmósfera de la época. Físicos pasados a psicofisiólogos, como Helmholtz, Kirch-

hoff y Hering, habían adelantado algunas de ellas. Desde la filosofía había empezado el nuevo camino Richard Avenarius, con su librito *Denken der Welt gemäss dem Prinzip des kleinsten Kraftmasses* (1876). Todos estos autores trataban de establecer con claridad las relaciones entre lo físico y lo psíquico, salvando consistentemente el abismo abierto por el dualismo cartesiano hacia más de doscientos años.

A partir del *Análisis de las sensaciones* se multiplicaron este tipo de investigaciones, de tal modo que, en 1902, en el "Prólogo a la Cuarta Edición", Mach podía decir, satisfecho: "Hoy veo que un gran número de filósofos... y aun ciertos naturalistas aislados, sin conocerse unos a otros, han caminado en direcciones convergentes. Si por esto el valor de mi trabajo particular queda reducido a poca cosa, en cambio, puedo asegurar que no persigo una quimera, sino que he colaborado en una obra general".

Por todo ello, quizá cabe preguntarse en qué sentido es el libro de Mach un trabajo singular, que marca por primera vez el esbozo de lo que luego será un sistema fenomenalista. ¿No podrían considerarse así igualmente cualesquiera obras filosófico-científicas de cuño semejante que aparecieron por esa época?

La singularidad de la obra de Mach, en efecto, no aparece clara a primera vista, ante todo porque el propio Mach no se dio cuenta de ella. Él mismo y Avenarius aseguraban que sus obras respectivas estaban estrechamente emparentadas, aunque ofrecieran una terminología y un punto de vista distinto.

En cierto sentido, esto es verdad. Los filósofos y científicos que trabajaban en la dirección de Mach y Avenarius se proponían todos expresamente superar formalmente el llamado "problema psicofísico" y establecer una unidad fundamental de las ciencias. La filosofía, para todos ellos, debía ser una ciencia de la experiencia fundamentante. Así dice el discípulo de Avenarius, Friedrich Raab, en su *Die Philosophie von Richard Avenarius*:

"La filosofía es aquella ciencia de la experiencia que trata de concebir la totalidad de lo dado... concibiendo la totalidad de los conceptos más generales de las ciencias especiales mediante un concepto que contenga todo lo dado en abstracto, para llegar así a una imagen unitaria del mundo, libre de contradicciones" (p. 14).

Este es ciertamente no sólo el objetivo de Avenarius, sino también el de Mach. Pero en el *Análisis* de Mach hay algo más, algo por lo que se le puede considerar el inicio de un sistema fenomenalista: la explicitación de la diferencia entre lenguaje sistemático y pre-sistemático (diferencia que el propio Mach a veces olvida) y los tímidos comienzos de una constitución lógica de objetos de orden superior a partir de un conjunto de elementos fenoménicos básicos.

En la *Kritik der reinen Erfahrung*, la obra más sistemática de Avenarius, publicada pocos años después del *Análisis*, no se da tal intento de constitución de objetos, ni tampoco en sus discípulos, ni en filósofos relacionados. El llamado "Sistema C" de Avenarius ~~no~~ es un sistema de constitución fenomenalista de objetos, sino que intenta mostrar una sistematización unitaria de las ciencias naturales, especialmente la física y la psicofisiología. Partiendo del mundo natural como un todo dado (*die Umgebung*), Avenarius *presupone* que los hechos llamados psicológicos son valores de variables que dependen del entorno natural. La finalidad concreta fundamental de su Sistema C es determinar el sentido y la extensión de estas funciones de dependencia; en definitiva, dar un nuevo planteamiento y una solución "matemática" al problema psicofísico.

Por ello, no puede considerarse el Sistema C de Avenarius un sistema fenomenalista (con muy buena voluntad, sería más bien un primer esbozo de un sistema fiscalista).

En la obra de Mach, en cambio, aunque tiene muchos puntos de contacto con la de Avenarius, pueden detectarse ciertos rasgos "constitucionales" propios que permiten que la tomemos como un remoto precedente de los sistemas fenomenalistas del siglo XX, a pesar de la gran confusión conceptual de que frecuentemente es víctima Mach. En lo que sigue, trataremos de entre-sacar estos "rasgos fenomenalistas".

La unidad de las ciencias

La base de la constitución de objetos en Mach está formada por los elementos sensibles de un sujeto percipiente. A los elementos de su base, Mach los considera *neutros*, es decir, tales que de por sí no son ni físicos ni psíquicos, sino que según el modo

como los consideremos y las relaciones que hagamos resaltar, constituiremos la física o la psicología.

Al igual que Avenarius, Mach también se propone como finalidad última la unificación de las ciencias, en particular de la física y la psicología, las que parecen más separadas (p. 43). Se trata de mostrar que no hay más que una ciencia:

"Sólo deseo alcanzar un punto de vista en la física que no deba ser abandonado cuando se mira a otras ciencias, pues, en último término, todas constituyen una sola" (p. 27, nota 1).

Para Mach, esta posibilidad de unificación es, no sólo una posibilidad, sino una realidad epistemológica, por así decir, y es un error científico ignorarla, como, según dice, han hecho los físicos hasta su época. La unidad sería debida a la naturaleza misma del objeto de estudio, que siempre es el mismo. Este objeto único es el conjunto de las sensaciones.

Ahora bien, el afirmar la necesidad científica de unificación, debida a la naturaleza del objeto de estudio entraña, en realidad, hipótesis epistemológicas y ontológicas que deberían quedar fuera del marco de un sistema consuetudinario.

No es un error científico el que alguien, después de mostrarle la definibilidad de todos los términos de la física y la psicología, pongamos por caso, a partir de una base común, siga considerando a éstas como ciencias que estudian "sustancias" distintas; no se le puede rechazar esta creencia, pues no es un error sino, a lo sumo, una mera testarudez desdichada que escapa al control del conocimiento científico y que se deberá probablemente a determinadas orientaciones de su afectividad.

Mach no deslinda, pues, claramente lo que sus afirmaciones tienen de programa de unificación lingüística y lo que tienen de metafísica. Cuando dice: "todos los cuerpos son sólo símbolos conceptuales para complejos de elementos", sería más claro y menos discutible si dijera "todos los cuerpos pueden ser definidos como símbolos conceptuales para complejos de elementos".

El "Yo"

Lo que en su lenguaje sistemático Mach llama *elementos*, pre-sistemáticamente son las *sensaciones*, como él mismo explica. Es preferible la palabra "elemento" a "sensación", pues esta última parece presuponer un sujeto sintiente. Tal sujeto sintiente, lo mismo que en las demás formas del programa fenomenalista, debe ser considerado como una construcción posterior a partir de los elementos. No tiene sentido, pues, la oposición "Yo-mundo". El Yo, como el resto de las cosas, es (es definido como) un complejo de sensaciones. La diferencia entre el Yo y el resto de las cosas es solamente gradual: hay una mayor "densidad" de sensaciones y de asociaciones de sensaciones en lo que llamamos el Yo que en el resto de los complejos; y esto en el siguiente sentido: una pequeña alteración en las relaciones sensaciones-Yo implica una modificación de mucho mayor alcance en el sistema global de sensaciones que una alteración en algún otro complejo (p. 16); Mach no establece qué grado de modificación producido en el sistema general es necesario para considerar una sensación dada como perteneciente al Yo. Su definición es, pues, muy vaga. Además, previamente, parece que alude a la existencia de sensaciones de sentimientos y voliciones (y además, dice, "estados de ánimo", pero no sabemos qué otro significado puede tener este término a no ser el de la reunión lógica de sentimientos y voliciones) (p. 2). Si se admitiera la existencia de esas sensaciones, lo natural sería considerar que el Yo es precisamente el único complejo al que aquéllas pertenecen.

Tampoco es muy explícito Mach sobre si hay que identificar el complejo "Yo" con el complejo "mi cuerpo". Si se admitieran los sentimientos y las voliciones como elementos constituyentes del Yo, entonces serían ambos complejos distintos, ya que, en el sistema de Mach, "mi cuerpo" viene definido tan sólo por la condición antes expuesta de máxima efectividad de las alteraciones, junto con una condición muy importante: que "mi cuerpo" es el único complejo que puede ser visto *sólo en parte* (sin cuello, ni cabeza, ni espalda). Ésta es también una de las cinco condiciones de definición (y ciertamente la más distintiva) de "mi cuerpo" en el Sistema Carnap, como veremos; sólo que

allí se expresa más precisamente como la condición de que "mi cuerpo" sea la única superficie *abierto* (en el sentido geométrico) con respecto a las cualidades visuales. En todo caso, no parece que Mach considerase que el Yo viene definido también por esa condición, y más bien es de suponer que, en su sistema, el Yo es un complejo distinto, aunque muy relacionado, con "mi cuerpo": el Yo contiene totalmente a "mi cuerpo", pero no a la inversa. Ahora bien, en ninguno de los restantes sistemas fenomenalistas se considera necesario definir el Yo. En el caso de Goodman, no se plantea siquiera la posibilidad de distinguir entre el Yo y "mi cuerpo", por cuanto su construcción no se sale del marco de los objetos de conciencia, es decir, no pasa a la constitución de los objetos físicos. En cuanto a Russell, postula ya como objeto primitivo "mi mente" y como objetos hipotéticos indefinibles en su sistema "las otras mentes". En esto se revela más próximo a Mach y también más explícito y coherente que éste. Así pues, en Mach, en Russell, en Carnap e incluso en el Sistema T-S, si pareciese conveniente, se podría llamar al conjunto de elementos del sistema el Yo, pero naturalmente esto no debería considerarse equivalente a un concepto "sustancial" del Yo, ni tampoco a una entidad observable *añadida* a las demás.

La base

Ya hemos aludido a que la base de elementos que toma Mach para su sistema son lo que pre-sistemáticamente se llaman "sensaciones". Mach califica una vez (p. 20) a esta base de "homogénea". Ahora bien, este uso del término es algo confundente. En efecto, está claro que, para Mach, no hay una única categoría de sensaciones, sino varias; es decir, hay diversas clases (distintas intensionalmente y no sólo extensionalmente) de elementos. Tampoco está nada claro en Mach cuántas son las categorías de sensaciones necesarias. Esto es un resultado natural del carácter puramente discursivo y más bien "polémico" de su sistema y a su nulo uso de instrumentos lógicos. Hay otras dos razones, de carácter ya más sistemático, por las que Mach no puede dar el número exacto de categorías de elementos: 1) estos elementos son puntuales; 2) al ser puntuales, su elección (su delimitación unos de otros) depende en gran parte de los resultados de la

psicofisiología en el campo de las sensaciones, resultados que ni ahora, ni mucho menos en la época de Mach, estaban bien establecidos. Sin embargo, no puede achacársele a Mach que esto sea un defecto intrínseco de su obra, pues ésta precisamente está encaminada a unir física y psicología partiendo de la psicofisiología, y él pretende hacer las primeras investigaciones en este sentido. (La obra de Mach en su conjunto es, en realidad, un comienzo de estudios psicofisiológicos de fundamentación de las ciencias y no un sistema constitucional "neutral" en el sentido en que lo debe ser un buen sistema fenomenalista.)

En cualquier caso, las categorías de sensaciones de que habla Mach son fundamentalmente: colores, sonidos, calor, presión, espacio y tiempo, y, aunque apenas habla de ellas como sensaciones propiamente dichas, quizá también voliciones y sentimientos afectivos (estos últimos se reducirían quizás a las categorías de sensación de placer — sensación de dolor).

Mach también añade alguna vez a las categorías de sensaciones los recuerdos o "imágenes mnemónicas" (p. 8). Sin embargo, esto sería inconsistente dentro de su propio sistema o, en todo caso, complicaría extraordinariamente la base. Pues los recuerdos son, propiamente, recuerdos *de* algo, de sensaciones tenidas; son funciones de sensaciones, y la única diferencia de éstas respecto de las vívidas sensaciones presentes es su distinta localización temporal (anterior), su incierta localización espacial y, sobre todo, el hecho de que las relaciones que se dan entre los recuerdos como complejos de sensaciones recordadas son distintas enteramente de las relaciones entre complejos de sensaciones actuales (= objetos percibidos). Con algunas modificaciones, sería quizá posible considerar los recuerdos como sensaciones *per se*, pero en lo que sigue trataremos de presentar la semi-formalización del sistema Mach prescindiendo de esta posibilidad, lo cual es más económico.

En esta categorización de las sensaciones, es de notar que Mach considera que hay sensaciones de espacio y tiempo del mismo modo que las hay de color y sonido, por ejemplo. En este respecto, su base se parece mucho a la de Goodman: como veremos, en ésta también se admiten varias categorías de *qualia*, en este caso bien especificadas, y se admiten lugares e instantes como elementos básicos. Por el contrario, en el Sistema Carnap

y en el Sistema T-S, el espacio y el tiempo fenoménicos son construcciones dentro del sistema. En el Sistema R-(W-N) la cuestión puede tomar distintas soluciones. De todos modos, hay que aclarar que Mach considera como sensaciones sólo el espacio y el tiempo "subjetivos", o como nosotros decimos, fenoménicos, pero admite que el espacio y el tiempo generales, con los que ordenamos las sensaciones constituyéndolas en complejos, son estructuras no dadas en nuestra experiencia, sino puestas, es decir, son estructuras formales. Más adelante volveremos sobre esta cuestión.

Funciones de sensaciones

Según las relaciones o funciones que se pongan de manifiesto entre los elementos y según la mayor o menor estabilidad de estas relaciones, tendremos unos objetos de experiencia u otros.

El objeto de la investigación de las ciencias particulares no es hallar elementos, sino relaciones entre ellos y, en especial, siempre que sea posible, relaciones que sean *funciones* de los elementos. Estas funciones se agruparán en determinados conjuntos según la rama científica particular; o mejor dicho, cada rama de la ciencia viene definida precisamente por el grupo de funciones estudiadas (a ello alude Mach con más o menos claridad en la p. 41).

Mach utiliza con frecuencia el concepto de *estabilidad* de las asociaciones de sensaciones, aunque no la define, ni siquiera tentativamente. Seguramente, desde nuestro punto de vista actual y con los conocimientos adecuados de lógica, la hubiera definido como una particular función cuyos argumentos serían, a su vez, las *funciones de asociación* de sensaciones. La función de estabilidad sería un concepto *métrico* o, por lo menos, *comparativo*¹ y a los máximos valores que tomase esta función respecto de un determinado complejo de sensaciones, le correspondería lo que pre-sistemáticamente llamamos un objeto físico rígido.

Las funciones de asociación de sensaciones, según su forma particular, darán categorías distintas de complejos de sensacio-

1. V. W. Stegmüller, *Theorie und Erfahrung*, pp. 27 y ss.

nes, o sea, de objetos de experiencia. A estos complejos, Mach los designa distintamente según la categoría a que pertenezcan; se construyen tres categorías distintas, o mejor dicho, dos categorías y una subcategoría: la de los objetos físicos, junto con la subcategoría "mi cuerpo" y la de los objetos psíquicos propios y ajenos. Ahora bien, el modo de designación de Mach es muy poco claro; parece a veces hasta como si rehuyera deliberadamente cualquier precisión formal. En efecto, utiliza las letras A, B, C, \dots , para denotar el campo de los cuerpos físicos en general; K, L, M, \dots , para "mi cuerpo", y $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, para los objetos psíquicos. Sin embargo, no queda nunca claro si cada una de estas letras se refiere a sensaciones distintas, o bien a complejos de sensaciones. A veces, Mach las nombra diciendo que se refieren a sensaciones que integran complejos, otras diciendo que se refieren a los complejos mismos. Por añadidura, no está claro si $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, se refieren a objetos psíquicos en general, incluidas las sensaciones de $A, B, C, \dots, K, L, M, \dots$, pero consideradas desde "el punto de vista psicológico" (como parece que admite Mach en la p. 30), o bien si $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, designan únicamente sentimientos y voliciones (descartando ya los recuerdos) como sensaciones específicamente "psíquicas" (como parece en p. 32). Gran parte de esta confusión de Mach proviene, desde luego, de que supone implícitamente una diferencia esencial entre los recuerdos y las percepciones actuales, la cual, por tanto, debe reflejarse, en el momento de la constitución, en los distintos términos usados: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, serían recuerdos (junto con sentimientos y voliciones), mientras que $A, B, C, \dots, K, L, M, \dots$, serían percepciones. Pero ya hemos explicado por qué sería más adecuado no considerar los recuerdos como sensaciones en un sistema fenomenalista.

Como sobre este punto, y sobre todo debido a la falta de rigor formal, es difícil establecer exactamente cuál es el significado de las semi-formalizaciones de Mach, y como por otra parte éstas son fundamentales para entender la base de su sistema, trataremos de interpretar las definiciones y explicaciones de Mach de modo que sean lo más claras y precisas posibles, y sean una base suficiente para su sistema, aun cuando, en algún caso, nuestras precisiones estén en contradicción con alguna de las afirmaciones de Mach.

La falta de rigor terminológico y formal de Mach se deben quizás a un condicionamiento subjetivo: Mach tenía horror a que le considerasen como un "filósofo de sistema", es decir, un constructor especulativo de sistemas metafísicos (v. p. 43). Con ello olvidó, empero, que la sistematización y la formalización de un conjunto de informaciones son instrumentos valiosos por sí mismos e independientes del valor cognoscitivo de dicha información.

La base metodológica del sistema constitucional machiano quedaría probablemente agotada con los siguientes principios.

Principios metódicos del sistema

1. — Cada letra (con un subíndice si es necesario) representa una sensación (la diferencia entre las sensaciones no es puramente cualitativa, sino también espacial y temporal: las sensaciones son irrepetibles).

2. — Cada letra se refiere a un "elemento" del sistema.

3. — $\{A, B, C, \dots\}$ es un conjunto de elementos que están relacionados entre sí por funciones determinadas, que llamaremos, por ejemplo, f_1, f_2, f_3, \dots , las cuales, a su vez, también pueden estar relacionadas según funciones F_1, F_2, F_3, \dots , de orden superior, y así sucesivamente.

4. — Se introduce una función E de funciones, que llamamos *estabilidad*. E puede tomar ciertos valores en una escala comparativa o métrica. Para fijar ideas supondremos que estos valores son numéricos. E está destinada a ser la expresión analítica del mayor o menor efecto que una modificación en el valor de f_1 tiene sobre las otras f_i . Un valor de E grande significa que a una modificación en el valor de su argumento f_1 , pongamos por caso, le siguen pocas variaciones en los valores de la mayoría de las f_i restantes.

5. — Sean, por ejemplo, los elementos A, B, C que aparecen relacionados por la función $f_1 : f_1(A, B, C) = 0$. Dado un cierto n , si $E(f_1) > n$, diremos que $\{A, B, C\}$ es un cuerpo.

Dado un cierto m , si $E(f_1) > m > n$, diremos que $\{A, B, C\}$ es un cuerpo rígido.

6. — Sean los cuerpos $\{A_1, B_1, C_1\}, \{A_2, B_2, C_2\}, \dots$. Al con-

junto de la totalidad de los cuerpos lo llamamos "mundo exterior":

$$\text{"mundo exterior"} =_{\text{at}} \left\{ \{A_1, B_1, C_1\}, \{A_2, B_2, C_2\}, \dots \right\}$$

7. — A uno de estos cuerpos, que designaremos por C , lo llamamos "mi cuerpo". Sean f_C^1, f_C^2, \dots , las funciones que relacionan los elementos de C . Entonces C viene definido así:

1.º $\wedge f_i \neq f_C^1, f_C^2, \dots, (E(f_i) > E(f_C^1), E(f_C^2), \dots)$

2.º C es "abierto" en sentido geométrico.

Para mayor claridad, a los elementos de C los escribimos K, L, M, \dots , pero con ello no queremos indicar que sean específicamente distintos de A, B, C, \dots , sino sólo que entre ellos se dan las relaciones f_C^1, f_C^2, \dots

8. — Existe un conjunto de elementos $\{a, b, c, \dots, k, l, m, \dots, x, y, z\}$ que están relacionados entre sí por funciones g_1, g_2, g_3, \dots , distintas de las f_i , y en general, de expresión analítica bastante más complicada. Ellas también se relacionan entre sí según funciones G_1, G_2, \dots , de orden superior, y así sucesivamente. La función de estabilidad E también está definida para esas funciones. En general,

$$\wedge g_i \wedge f_i (E(g_i) < E(f_i))$$

(Esta fórmula debería ser considerada seguramente sólo como una ley probabilística.)

9. — Aunque Mach no es nada claro sobre este punto, parece suponer que del conjunto de elementos que hemos introducido, algunos (a, b, c, \dots , por ejemplo) deben ser considerados idénticos a A, B, C y otros (k, l, m , por ejemplo) serían los mismos que K, L, M , aunque las relaciones en que unos y otros entrasen serían distintas y por esto haría falta una notación también distinta para los mismos elementos. Pre-sistemáticamente, $A, B, C, \dots, K, L, M, \dots$, serían los elementos considerados desde el punto de vista de la física y la fisiología, mientras que $a, b, c, \dots, k, l, m, \dots$, serían los elementos desde el punto de vista de la psicología (introspectiva). Pero en este último punto de vista de la psicología (introspectiva). Pero en este último punto de vista de la psicología unos elementos, x, y, z, \dots , que no tendrían su correlato entre los $A, B, C, \dots, K, L, M, \dots$, y cuyas relaciones serían aún más com-

plejas que las que unen $a, b, c, \dots, k, l, m, \dots$. Pre-sistemáticamente, serían las voliciones y sentimientos.

10. — Al conjunto de los complejos formados por $a, b, c, \dots, k, l, m, \dots, x, y, z, \dots$, lo llamamos “mundo interior”:

$$\text{“mundo interior”} =_{\text{df}} \{ \{a, b, c\}, \dots, \{k, l, m\}, \dots, \{x, y, z\}, \dots \}$$

11. — Aparte de las relaciones f_i y g_i , existen otras relaciones especiales que asocian los elementos de las distintas categorías: unas relaciones que podemos llamar r_i entre los elementos A, B, C, \dots , y los K, L, M, \dots . Y otras relaciones s_i entre $A, B, C, \dots, K, L, M, \dots$, y $a, b, c, \dots, k, l, m, \dots, x, y, z, \dots$. Las primeras son el objeto de estudio de la fisiología de los sentidos; las segundas son el objeto de estudio de la psicofisiología y, en general, de la psicología experimental. Las r_i y las s_i están a su vez relacionadas entre sí por unas RS_i , de modo que algunas modificaciones en las unas implican modificaciones en las otras, y viceversa.

12. — El “Yo” es un complejo de complejos de elementos, que se define distintamente, según nos pongamos en el punto de vista de la física o en el de la psicología. Así, pues, podemos definir dos “yo-es”:

$$\begin{aligned} \text{Yo Física} &=_{\text{df}} \{ \{K_1, L_1, M_1\}, \{K_2, L_2, M_2\}, \dots, \{a_1, b_1, c_1\}, \dots, \\ &\dots, \{k_1, l_1, m_1\}, \dots, \{x_1, y_1, z_1\}, \dots, \{a_2, b_2, c_2\}, \dots \} \\ &=_{\text{df}} \text{“mi cuerpo”} \cup \text{“mundo interior”} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Yo Psicología} &=_{\text{df}} \{ \{a_1, b_1, c_1\}, \dots, \{k_1, l_1, m_1\}, \\ &\dots, \{x_1, y_1, z_1\}, \dots, \{a_2, b_2, c_2\}, \dots \} \\ &=_{\text{df}} \text{“mundo interior”}. \end{aligned}$$

Es decir, en el primer caso consideramos que “mi cuerpo” forma parte del “Yo”, y en el segundo no.

13. — Entre los complejos $\{A_1, B_1, C_1\}, \{A_2, B_2, C_2\}, \dots$, del mundo exterior existen unos complejos particulares $\{K', L', M'\}, \{K'', L'', M''\}, \dots$, que revelan una estrecha semejanza estructural con complejos de “mi cuerpo” (aunque son geoméricamente cerrados) y que por eso los llamamos “cuerpos de otros hom-

bres”. Las relaciones que se dan entre los K', L', M', \dots , y los A, B, C, \dots , restantes son de la misma clase que las r_i antes introducidas.

14. — Ciertas modificaciones en los valores de r_i se comprenden fácil y adecuadamente postulando que estas r_i son términos de relaciones de orden superior RS_i , cuyos otros términos serían s_i , análogas a las anteriores. Con ello se postula, por tanto, también respecto de $K', L', M', \dots, K'', L'', M'', \dots$, etc., unos elementos $a', b', c', \dots, k', l', m', \dots, x', y', z', \dots, a'', b'', c'', \dots, k'', l'', m'', \dots, x'', y'', z'', \dots$, etc. A los diversos conjuntos de complejos correspondientes se les llama “mundos interiores ajenos”. (Compárese esta construcción con la que veremos en el Sistema Carnap, al tratar las mentes ajenas.)

Éstos serían los principios básicos del sistema constitucional fenomenalista de Mach, formalizados con algo más de precisión de lo que él mismo hizo. Todo lo que él dice de (potencialmente) eficaz para construir el mundo de las sensaciones puede traducirse utilizando los catorce principios anteriores. Que tal construcción pueda llevarse a cabo efectivamente con el alcance y las direcciones que pretendía Mach, es una cuestión distinta y, sin duda, difícil de decidir. La semi-formalización anterior, sin embargo, podría servir como base para un intento cabal de decidir tal cuestión.

II. — LA CONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO Y DEL TIEMPO EN MACH

De todas las categorías de sensaciones que menciona Mach eventualmente, en su libro solamente estudia la naturaleza y las relaciones de cuatro categorías: las sensaciones visuales, las auditivas (a las que dedica especial atención), las kinestésicas y las volitivas, a las que hay que añadir lo que (muchas veces, pero no siempre) Mach considera las sensaciones independientes del espacio y del tiempo.

Ahora bien, analizar y criticar desde un punto de vista puramente filosófico lo que dice Mach a este respecto se hace muy difícil por el hecho de que muchas de sus consideraciones son debidas a resultados experimentales (de otros científicos o suyos propios, algunos de los cuales publica por primera vez), así como

a hipótesis empíricas, que dependen exclusivamente de la fisiología, la psicofisiología y la física. Todo ello, en verdad, no nos interesa aquí más que indirectamente, pues lo fundamental es averiguar la estructura lógica y los presupuestos epistemológicos en que se basa el sistema constitucional y que, en la medida en que sean tratables por nosotros, han de ser suficientemente independientes de ciertos resultados fisiológicos o físicos. A pesar de que las aportaciones de Mach a estas dos ciencias fueron importantes para el desarrollo de las mismas (por ejemplo, en la fisiología y la física del sonido) y de que muchos de sus comentarios a hipótesis y resultados empíricos de otros son frecuentemente muy útiles, es de lamentar que, a lo largo de su obra, Mach no supiera deslindar las cuestiones empíricas de las sistemáticas, lógicas y epistémicas; en una palabra, de las filosóficas.

En lo que sigue, trataremos de lo que acerca de algunas de estas últimas cuestiones dice Mach, "a pesar de Mach". Un punto crucial para determinar la naturaleza, potencia y rigor de un sistema constitucional dado es el del tratamiento que se dispense en tal sistema al espacio y al tiempo fenoménicos, y al paso de éstos al espacio-tiempo de la física. Así, pues, podremos averiguar algo más acerca del (potencial) sistema fenomenalista de Mach analizando su tratamiento del espacio y del tiempo.

El espacio fenoménico

Ya hemos indicado que, para Mach, una categoría de elementos son las sensaciones espaciales. Esta categoría está incluida en una supercategoría, la de sensaciones visuales, a la que también pertenecen las sensaciones de color (p. 92). Así, pues, Mach coloca las sensaciones espaciales al mismo "nivel de sensibilidad" que sensaciones que, intuitivamente, nos parecen más inmediatas como los colores y los sonidos. Fisiológicamente, y por lo tanto pre-sistemáticamente, esta idea de Mach es poco feliz, porque, si bien los colores y los sonidos, en cuanto que son sentidos, son respuestas del organismo a estímulos físicos, o sea, a variaciones de energía, no se ve, en cambio, muy claro a qué variaciones de energía del medio responde la sensación de espacio. Si se hubiera querido permanecer lo más cerca posible de lo que parece inmediato epistemológica y psicológica-

mente, habría sido más adecuado considerar las sensaciones visuales en general como elementos y construir, a partir de ellas, los componentes cromático y espacial, tal como se hace en la constitución de Carnap y en el Sistema T-S (si bien no en la de Goodman, que en este respecto es análoga a la de Mach). Pero, para hacer tal construcción, Mach hubiera necesitado del procedimiento del cuasi-análisis, que evidentemente le era desconocido.

Sin embargo, lo anterior no es una objeción de principio dentro del sistema constitucional, pues en éste es suficiente que la consideración de sensaciones de espacio no lleve a contradicciones y sea eficaz para la construcción del máximo número de objetos. Una objeción ya más constitucional es la de que admitir sensaciones cromáticas y espaciales por separado como elementos últimos del sistema es antieconómico: multiplica innecesariamente las entidades básicas y complica las relaciones entre ellas.

En todo caso, lo que aparece claro en el Sistema Mach es que las sensaciones visuales espaciales no son suficientes para la construcción del espacio sensible o fenoménico; y ni siquiera, según parece, para el espacio visual, ya que también en la construcción de este último intervienen otras categorías de sensaciones: las kinestésicas y las volitivas, e incluso, por lo que manifiesta en el párrafo 3 del capítulo IX, intervendrían como base última del espacio, las sensaciones cenestésicas. Toda la doctrina del espacio está bastante oscura en el libro de Mach, y vamos a tratar de esclarecerla, delimitando primero sus términos.

Ante todo, Mach no distingue nunca explícitamente entre el espacio fenoménico o sensible en general, como construcción y extrapolación a partir de la experiencia de todos los sentidos, y el espacio solamente visual, caso de que éste sea construible por separado. Con todo, por el contexto no es difícil comprender, en la mayoría de casos, cuándo está hablando del uno y cuándo del otro.

Tampoco distingue Mach entre el *campo visual* (estructura bidimensional) y el *espacio visual* tridimensional; en éste entra ya la noción fundamental de *perspectiva*, de la que ciertamente Mach se ocupa largamente, pero sin definirla bien en su sistema: a veces habla de ella como de una sensación especial, a veces

parece que se trata de la interacción entre la kinestesia ocular (es decir, la sensación de movimiento de los músculos de los ojos) y la visión propiamente dicha.

Dejando al lado cuestiones de detalle, las ideas básicas de Mach sobre el espacio fenoménico parecen ser las siguientes:

Acepta las conclusiones que sacó Hering de sus experimentos (publicados en sus *Beiträge zur Physiologie*) y que contradecían la opinión del psicofisiólogo Müller, generalmente aceptada, de que la apreciación de la distancia era debida al aprendizaje: según Hering y Mach, por el contrario, al espacio "intelectual" debido al aprendizaje, hay que añadir en la base un espacio percibido inmediatamente. El espacio primitivo sería una intuición innata (p. 113). Está claro, sin embargo, que lo que Mach quiere decir no es que el espacio en conjunto sea lo dado inmediatamente, sino que se tienen sensaciones espaciales, o mejor sería decir sensaciones de *localización*, mediante las cuales (en parte) se construiría el espacio visual.

Mach trata de hallar un correlato fisiológico a esta sensación visual espacial supuestamente independiente y cree verlo en lo que llama la "inervación". Aunque ésta es ya más bien una hipótesis psicofisiológica que una tesis epistemológica, aquí, como en casi todo lo demás, ambos campos están tan entremezclados en la obra de Mach, que nos vemos obligados a mencionar el tema. La inervación, según Mach, está ligada a las sensaciones de volición en el siguiente sentido. Es la sensación de la voluntad que tiene uno mismo de ejecutar un movimiento con los órganos de la visión o del tacto. Hay, pues, en principio, inervación visual e inervación táctil, aunque después, al estudiar la volición en el capítulo VIII, Mach considera que la inervación es el correlato fisiológico de la sensación de volición en general, que puede manifestarse de varias maneras. En cualquier caso, en la p. 116, Mach llega a identificar tajantemente la sensación de localización con la inervación: "La voluntad de ejecutar movimientos con la vista, o la inervación, es la sensación espacial misma". Pero luego, en lo que queda del capítulo vacila constantemente en aplicar esta definición y deja irresuelta la cuestión de la validez de la misma, como lo afirma expresamente en la última página del capítulo (p. 152).

El problema de la inervación es, no obstante, bastante margi-

nal respecto de lo que queremos hacer aquí: analizar la concepción del espacio fenoménico sobre la base machiana. Lo que importa, de momento, es que Mach admite en su sistema unas sensaciones de localización espacial primitivas, es decir, como elementos "sistemáticamente indefinibles", según nuestra terminología.

A estas sensaciones de localización probablemente habría que añadir una sensación de distancia o profundidad, la existencia de la cual vendría demostrada por el estereoscopio de Wheatstone. Es de notar aquí que el problema del "innatismo" de la percepción de profundidad sigue planteado en la psicología contemporánea y que actualmente se tiende a revalorizar la vieja opinión de Müller.² Ésta es la desventaja de un sistema, como el de Mach, que quiera seguir muy de cerca el desarrollo de la psicología experimental. En nuestro sistema, así como en el de Carnap y el de Russell, tal problema no se plantea, pues se pasa de la construcción del campo visual inmediatamente a la construcción del espacio físico tetradimensional de Minkowski, sin construir un espacio tridimensional previo.

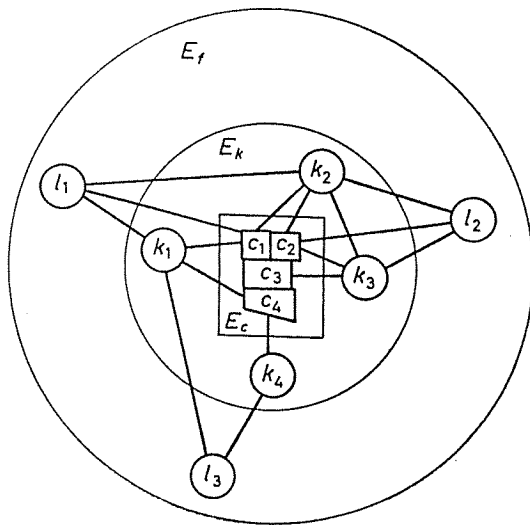
En cualquier caso, en el Sistema Mach no bastan las sensaciones de localización, por su naturaleza poco regular e insegura, para constituir el espacio visual como estructura coherente. Aunque se den sensaciones de localización, la idea de Mach es que para constituir el espacio visual hace falta algo así como un espacio no-visual previo: el *kinestésico*. "El espacio edificado sobre las sensaciones de movimiento parece, en efecto, ser el originario" (p. 125). Sin la posibilidad de locomoción, el individuo sólo conocería sensaciones localmente individualizadas, limitadas, constantemente cambiantes sin tener aparentemente ninguna relación (p. 170). El espacio visual "puro", que surgiría sin las sensaciones kinestésicas previas, sería pobre y caótico. Ahora bien, y éste es uno de los puntos más oscuros de Mach, las sensaciones kinestésicas, a su vez, para formar un espacio, deben estar ordenadas respecto a algo: este algo sólo pueden ser las sensaciones que tiene el individuo de sus propias vísceras, pues estas sensaciones son mucho más regulares que las que se

2. Cf., por ejemplo, Ross Stagner & T. F. Karkowski, *Psychology*, pp. 218-220.

refieren al mundo exterior. Estas sensaciones, que Mach llama "orgánicas" (p. 165), por oposición a las "sensibles" del mundo exterior, y que hoy llamaríamos *cenestésicas*, forman un registro confiable por relación al cual ordenaríamos las kinestésicas. La ordenación de las sensaciones cenestésicas es la más adecuada porque: 1) su sucesión sigue leyes de regularidad (aunque *no* "permanecen invariables", como dice Mach, pues por definición, dentro del sistema, las sensaciones de cualquier tipo no pueden ni ser invariables ni permanecer); 2) al ser producidas por las vísceras, dado que éstas se hallan en una relación espacial constante entre sí, proporcionan la firme base de referencia del resto de las localizaciones espaciales.

Esta constitución del espacio fenoménico a partir, en último término, de la comparación de las sensaciones kinestésicas con la ordenación dada por las sensaciones cenestésicas (lo que podríamos llamar el "espacio cenestésico") es una idea original de Mach y que posiblemente podría desarrollarse de una manera formal y efectiva, y no puramente discursiva.

A modo de esquema, y prescindiendo del papel que jueguen las inervaciones en la constitución del espacio, si llamamos c_i a las sensaciones cenestésicas, k_i a las kinestésicas y l_i a las localizaciones visuales, tendríamos:



en que los trazos representan relaciones entre los elementos y en que E_c es el espacio cenestésico, E_k el kinestésico y E_f el fenoménico (prescindiendo de las sensaciones sonoras y las demás no-visuales, que tienen poca importancia para la construcción del espacio).

El tiempo fenoménico

Así como, según Mach, hay sensaciones específicamente espaciales, también hay sensaciones específicamente temporales. Ahora bien, Mach reconoce que estas sensaciones temporales tienen un carácter muy peculiar: el de acompañar a toda otra sensación, incluidas las de sentimiento y volición, en lo cual difieren de las sensaciones espaciales.³ Esto es lo que, según él, hace tan difícil el estudio empírico y el análisis lógico de la estructura dada por las sensaciones temporales, a la que llamamos tiempo fenoménico. (No en su capítulo dedicado al tiempo, pero sí hacia el final de su obra, Mach diferencia claramente el tiempo fenoménico u "orgánico", como él dice, del parámetro t de la física.)

La ordenación temporal subjetiva es aún más importante para la constitución de objetos que la ordenación espacial, pues una alteración en la primera implica una alteración tan sustancial de los objetos que éstos llegan a hacerse irreconocibles.⁴ Estas modificaciones no se dan en el caso de la alteración de la ordenación espacial: al invertir de arriba abajo una ordenación espacial, seguimos reconociendo los objetos y las relaciones entre ellos. Ahora bien, en todo esto, Mach habla mucho de la importancia de la ordenación temporal, sin precisar de qué naturaleza es tal ordenación: ¿es la ordenación de las sensaciones temporales, cuyo conjunto, ya de por sí, forma un conjunto ordenado? ¿O bien se trata de la ordenación de las demás sensaciones (visuales, sonoras, etc.) a base de sus relaciones con las sensaciones

3. Este carácter primordial de la sensación del tiempo veremos que resurge, más formalizado y sistematizado, en la reconstrucción que hace Whitehead de la física.

4. Esto puede ilustrarse con el ejemplo del discurso grabado en una cinta magnetofónica que, si gira en el sentido contrario al usual, hace completamente incomprensible el discurso.

temporales, del mismo modo como la ordenación de las sensaciones espaciales estaría basada en sus relaciones directas o indirectas respecto de las sensaciones cenestésicas? Mach no aclara este punto, porque no se plantea siquiera el problema; ello se debe probablemente a que le faltaban los instrumentos conceptuales para establecer la distinción. Me inclino a creer, no obstante, que, según nuestro planteamiento actual, se habría decidido por la segunda alternativa. Por lo que dice al principio del párrafo 4 del capítulo XII, y luego en la p. 230, sin embargo, probablemente el fundamento de la ordenación temporal no lo vería Mach en la correlación de *todas* las sensaciones (visuales, sonoras, etc.) con las sensaciones-tiempo, sino únicamente de una subclase de las sensaciones no-temporales con las sensaciones-tiempo, a saber, las cenestésicas, de nuevo. El marco temporal en el que incluiríamos todas las sensaciones sería el dado por la aplicación de las sensaciones temporales a las sensaciones cenestésicas. Ello explicaría la naturaleza asimétrica del orden temporal, pues lo característico de las sensaciones cenestésicas sería no sólo la localización en el complejo "mi cuerpo", sino que darían lugar al concepto de *desgaste*. Creemos que esta interpretación es válida, por la hipótesis que lanza Mach en el párrafo 7 del capítulo XII:

"Si la sensación de tiempo va ligada al creciente consumo orgánico... se comprenderá por qué el tiempo fisiológico... no es reversible, sino que corre siempre en el mismo sentido. El trabajo de desgaste y atención, durante la vigilia, crece pero no disminuye... En la región del tiempo y del ritmo, en general, no hay simetría."

Mach pretende que en un sistema de base fenomenalista (como es el suyo) es *necesario* admitir la existencia independiente de sensaciones temporales (o sea, en nuestro lenguaje, el carácter constitucionalmente primitivo de éstas). Para apoyar su afirmación da lo que pueden considerarse tres argumentos distintos, que podríamos caracterizar de epistemológicos y que vamos a rotular así:

1) *Argumento de la comparabilidad de sensaciones heterogéneas*: Si a un sonido *A* sigue un color o un sabor *B*, se sabe siempre que *A* es seguido de *B*, con lo que la pausa entre *A* y *B* no

está influida sustancialmente por su cualidad. Debe, por consiguiente, darse juntamente un proceso que no es afectado por las variaciones de la cualidad de la sensación, que es independiente de ella y por el cual nosotros apreciamos el tiempo (pp. 219-220).

2) *Argumento de la igualdad de ritmos*: Mach propone dos secuencias melódicas de sonidos completamente distintos, las cuales, no obstante, por su estructura, se sienten inmediatamente como poseyendo el mismo ritmo. Esta sensación inmediata de la igualdad de ritmos de secuencias distintas es, según Mach, incomprendible si no se admite la sensación de tiempo (p. 220).

3) *Argumento del "saber contar sonidos"*: El hecho de que podamos contar una serie de campanadas de sonidos idénticos, aun cuando las demás sensaciones concomitantes (visuales, kinestésicas, etc.) varíen irregularmente implica, según Mach, que comparamos las campanadas con las sensaciones temporales (p. 221).

Voy a mostrar ahora que estos tres argumentos son inconcluyentes en el siguiente sentido: no demuestran que en un sistema fenomenalista, incluso uno que tome la misma base de Mach (las sensaciones) sea necesario postular el carácter lógicamente primitivo de elementos temporales; por tanto, la introducción de estos elementos es antieconómica, dado que pueden construirse.

Respecto del primer argumento, el deducir, como hace Mach, que haya una sensación particular de la pausa temporal del hecho de que se aprecie esta pausa entre dos sensaciones heterogéneas está injustificado. En efecto, puede considerarse (y esto parece lo más cercano a la realidad) que *siempre* se están teniendo sensaciones de todos los sentidos (por lo menos en condiciones fisiológicas normales): el tiempo se apreciará entonces por ciertas *relaciones* (que podemos llamar "temporales", si queremos, como en nuestro Sistema T-S) que tienen entre sí las sensaciones pre-sistemáticamente sucesivas de cada sentido. No es, pues, necesario postular una sensación adicional que "sintiera" dichas relaciones que tienen las sensaciones entre sí en cada sentido.

Por lo que hace al argumento de la igualdad de ritmos, podemos decir en contra suya lo siguiente: la igualdad de tiempos en este caso se aprecia como consecuencia de sentir que el número de sonidos de la serie es el mismo. Basta, pues, con saber con-

tar, es decir, con disponer de un conjunto matemático ordenado, los números naturales, el cual se puede aplicar a las sensaciones sonoras, sin necesidad de que medie la sensación de tiempo.

El último argumento de Mach es el más radical y el que refuerza los anteriores. Según él, el saber contar mismo depende de la sensación de tiempo. Es, pues, un argumento profundo, y en realidad lo que hace es poner en cuestión el fundamento independiente del mundo sensible que poseen las ciencias formales. Mach podría tener razón si, en un sistema fenomenalista, se tratase de constituir no sólo los objetos de experiencia, sino también las entidades matemáticas y, en particular, el conjunto de los números naturales. La sensación de tiempo quizá podría intervenir entonces como la base lógica inmediata de los números naturales. Esto, por extraño que parezca, acercaría a Mach a la escuela intuicionista en matemáticas, y a Brouwer en particular, quien afirma explícitamente que la noción de número natural proviene de la noción del paso del tiempo.

De todos modos, el programa de Mach en este punto complicaría mucho las cosas y se saldría del marco estrictamente fenomenalista. Sobre su concepción de las matemáticas volveremos después. Valga decir ahora sólo que el considerar que hay que construir las entidades matemáticas a partir de una base fenoménica es una opinión innecesaria, inconveniente y extraña al programa fenomenalista. Éste puede ser hecho mucho más factible admitiendo de antemano todos los instrumentos lógico-matemáticos de que dispongamos, que, además, por su naturaleza, son completamente distintos de los objetos fenoménicos y empíricos.

Una última objeción a la conveniencia de introducir sensaciones específicas de tiempo es la siguiente: aun cuando aceptásemos tales sensaciones en nuestra base de constitución, ello no implicaría dar automáticamente un orden temporal de las demás sensaciones. De qué manera se construiría tal orden sin presuponer, a su vez, una relación de orden "más básica" entre las sensaciones y de qué manera se correspondería cada sensación temporal con un par ordenado de sensaciones, parece ser una cuestión difícilmente clarificable, cuando no inextricable. Todo deviene mucho más fácil considerando el tiempo (y también el espacio) como estructuras abstractas construidas a partir de

sensaciones que, por sí mismas, no son de tiempo (ni de espacio). El hecho de que un segmento particular de esa estructura temporal (construido a partir de ciertos elementos) se corresponda biyectivamente con otro segmento particular (construido a partir de otros elementos) no prueba, como pretende Mach con su argumento de los ritmos iguales, que sea necesario postular una sensación de esa biyección de segmentos.

A modo de resumen de lo dicho acerca del espacio y del tiempo fenoménicos, podemos establecer lo siguiente. Estos conceptos tienen un papel fundamental en todo sistema fenomenalista, incluido el de Mach, como ordenadores de los elementos de la base. La cuestión es saber si, para que esta ordenación sea efectiva, es necesario postular entre los elementos, en este caso las sensaciones, también elementos puramente espaciales y elementos puramente temporales, o bien basta considerar el espacio y el tiempo (fenoménicos) como construcciones lógicas a partir de los elementos. Ya hemos visto la solución parcial y vacilante que da Mach en el caso del espacio, la cual, sin embargo, nos parece algo más convincente y aprovechable que la que sostiene para el tiempo.

El propio Mach se da cuenta de la poca "potencia", por así decir, que tienen las sensaciones de tiempo para la construcción del orden temporal (p. 220). Admite que esa construcción directa a partir de las sensaciones de tiempo solamente serviría para intervalos pequeños. Para medir (construir) tiempos más largos, tiene que intervenir el recuerdo. O sea, que Mach intenta la construcción del tiempo a dos niveles: un tiempo corto y otro largo, que, además, por su constitución misma, serían diferentes. Con lo cual, el ideal de homogeneidad en la constitución de una estructura cualquiera queda contradicho. ¿No sería, pues, mucho más simple y manejable una construcción homogénea del tiempo? Partiendo ya desde el principio de una noción amplia de "recuerdo" de sensaciones, no sería necesario hacer esa discutible dicotomía entre tiempo "corto" y "largo". Es de lamentar que, en general, Mach dé en su sistema tan poca importancia al recuerdo como instrumento de construcción a pesar de que su base sensacionista se prestaba a ello. Tal deficiencia se debe, según creo, a dos razones subjetivas y "extra-constitucionales". Por una parte, la psicología de su época no le permitía a Mach

pasos necesarios para constituir el tiempo físico en el Sistema Mach. La complejidad de esa constitución se debe, simplemente, al hecho de que Mach no considera las estructuras matemáticas como previas a su sistema.

El *espacio físico* procede del fenoménico por una serie de relaciones complicadas. Sus distintas características pueden expresarse de una manera abstracta y general de la siguiente manera: El espacio físico viene definido por funciones únicamente del tipo $f(A, B, C, \dots) = 0$, mientras que en el espacio fenoménico, las funciones son de la forma $f(A, B, C, \dots, \bar{K}, L, M, \dots) = 0$. El pasar del segundo tipo de funciones, en las que son fundamentales los elementos del complejo "mi cuerpo", al primer tipo, en que se prescinde de estos elementos, se realiza aplicando la geometría euclídea al espacio fenoménico. Ahora bien, la geometría euclídea hay que considerarla, según Mach, construida a su vez, partiendo de elementos sensibles y por un proceso que Mach llama "idealización": de la experiencia visual, kinestésica y táctil que tenemos de los cuerpos rígidos, consideramos sólo las relaciones más fácilmente asequibles y manejables, y las simplificamos. Así surge una estructura que, a diferencia de la del espacio fenoménico, es infinita, isótropa e intersubjetiva. (En esta concepción simplista de la geometría, Mach deja de ser el precursor del intuicionismo matemático, para convertirse en el fiel seguidor de un empirismo psicólogo a la Mill.)

*Esbozos fenomenalistas a principios de siglo:
James y Poincaré*

En las décadas inmediatamente siguientes al *Análisis de las sensaciones* de Mach, la atmósfera filosófica quedó bastante cargada de estudios y discusiones en torno al problema de definir la experiencia "pura" y de construir los objetos de conocimiento científico a partir de ella. Este tipo de discusiones se dieron sobre todo entre pensadores que compartían sus inquietudes filosóficas con sus actividades científico-naturales. Prescindiendo de los pertenecientes al empiriocriticismo, los dos ejemplos más notables de este tipo de pensadores en los primeros años del siglo xx fueron, según creo, William James y Henri Poincaré.

James se olvidó por un tiempo de que era pragmatista y quiso

dar cuerpo a una nueva doctrina epistemológica que denominó "empirismo radical", y en la que se interesó especialmente como psicólogo. En el Prólogo a su *The Meaning of Truth* establece el postulado fundamental de la nueva teoría:

"las únicas cosas que deben ser discutidas entre los filósofos han de ser cosas definibles en términos sacados de la experiencia" (p. xii).

A este postulado acompaña lo que para James es un enunciado de hecho, en realidad una hipótesis discutible:

"las relaciones entre las cosas, conjuntivas al igual que disyuntivas, son objetos de experiencias particulares directas en la misma medida, ni más ni menos, en que lo son las cosas mismas".

James se había dado plena cuenta de que no sólo había que aceptar elementos de experiencia primitivos, como hacía Mach, sino también relaciones primitivas entre ellos, pues de lo contrario no podrían constituirse los objetos de orden superior. Sin embargo, para justificar esta aserción, se creyó obligado, como "empirista", a lanzar la hipótesis psicológico-epistemológica de que las relaciones se "experimentan" originariamente.

En realidad, el aspecto del empirismo radical de James que más influencia tuvo en la filosofía posterior fue lo que el propio James denominó *monismo neutral*: una percepción de "algo" puede ser considerada como parte de un proceso físico "exterior" o como parte de un proceso mental "interior"; cada "cosa" pertenece a dos sistemas dispares de asociación, uno "el campo de la conciencia", el otro el lugar físico ocupado por la cosa. Esta idea, que ya había barruntado Mach, aunque sin darle nombre, se convertiría, como veremos, en el *leitmotiv* de varias de las obras de Russell.

Poincaré, por su parte, era un singular kantiano que reconocía a la vez el impacto que le habían causado los "empiriocriticistas" Mach y Hertz. Dedicó también buena parte de los últimos años de su vida al problema de fundamentar en algún sentido la ciencia empírica en la experiencia sensorial; aunque esta problemática es tratada en la que quizás es su obra mejor conocida, *La ciencia y la hipótesis*, es en *L'espace et le temps* que

concebir el recuerdo de una sensación más que como la repetición *consciente* de una sensación anterior, anterior además en cierta medida considerable. Ignoraba, pues, los fenómenos de *memoria inmediata* y de *imágenes eidéticas* que estudian los psicólogos de la percepción, así como el concepto de *conciencia latente* o *retención*, los cuales determinan una noción mucho más amplia de recuerdo, que, en su límite, llega a confundirse con la percepción actual. Por otra parte, Mach no se da cuenta del valor potencial que tiene el recuerdo para ordenar temporalmente las sensaciones porque a veces *no* considera a éstas como elementos puntuales e irrepetibles en el flujo de la experiencia: a veces las considera como cualidades repetibles, que pueden ser localizadas variadamente en el espacio y en el tiempo, algo así como los *qualia* de Goodman.⁵ Es decir, confunde muchas veces su base propiamente *sensacionista* con una base *cualitativista*; si se adoptase esta última, la noción de recuerdo tendría naturalmente poca importancia, como ocurre en el Sistema Goodman.

El paso al espacio-tiempo de la física

Lo que está claro en Mach es el establecimiento de una neta diferenciación entre el espacio y el tiempo fenoménicos y el espacio y el tiempo de la física. El espacio físico era, para Mach, el de la geometría euclídea aplicada a los cuerpos sólidos. Prescindiendo de las modificaciones relativistas, podemos seguir considerando válida esta concepción. Una vez constituidos el espacio y el tiempo de la física, el espacio y el tiempo fenoménicos tienen escasa o nula relevancia para esa ciencia (aunque sí la tienen para la experiencia cotidiana). Mach es plenamente consciente de que para la construcción de las ordenaciones espacio-temporales, las supuestas sensaciones específicas de espacio y tiempo no juegan ningún papel, y en cambio sí son esenciales las funciones establecidas entre el resto de las sensaciones (sobre todo cromáticas, kinestésicas y táctiles).

“Si consideramos las cosas exactamente, el tiempo y el espacio en su aspecto fisiológico nos aparecerán como clases especiales de

5. Cf. el capítulo IV de este libro.

sensaciones, pero en el respecto físico como dependencias funcionales de los elementos caracterizados por las sensaciones entre sí” (p. 307).

Cómo se pasa de esas funciones de sensaciones a la estructura espacio-temporal intersubjetiva de la física es un grave problema en el Sistema Mach, lo mismo que en cualquier otro sistema fenomenalista. Como en todos los demás problemas sistemáticos con que se enfrenta en su obra, la solución ofrecida por Mach en este punto no puede considerarse más que como un esbozo de programa de construcción, aunque en este sentido *no* es un esbozo menos claro que el dado a otros problemas.

Examinemos primero la cuestión del *tiempo físico*. Ya hemos aludido a que, siguiendo a Mach, ha de poderse definir la noción de “saber contar” a partir de la sensación específica de tiempo. Así quedaría construida la sucesión de los números naturales. Mach no lo sabía seguramente, pero a partir de esta sucesión y mediante la lógica y la teoría de conjuntos, pueden realizarse el resto de construcciones aritméticas, en particular, la serie de los números reales. Con ello, Mach, lo mismo que Brouwer, el fundador del intuicionismo, pondría como fundamento de la aritmética y del análisis, la sensación “interior” y “pura” del paso del tiempo.⁶ Una vez construidos los números reales, para obtener el tiempo de la física sólo habría que añadir un hecho físico: la ordenación unidimensional de los eventos físicos según la serie de los números reales ha de cumplir la siguiente condición adicional: “las variaciones de valor de las dimensiones físicas se efectúan en un determinado sentido. De las dos posibilidades analíticas, sólo una de ellas es real” (p. 310). Así quedaría caracterizada la irreversibilidad temporal de los procesos físicos reales debida al Segundo Principio de Termodinámica.

En definitiva, los enumerados aquí serían probablemente los

6. Cf. L. E. J. Brouwer, “Intuitionism and Formalism” (1912) (artículo recogido en Paul Benacerraf & Hillary Putnam, *Philosophy of Mathematics*, 1964). En la p. 69 dice Brouwer: “... nos adherimos decididamente a la aprioridad del tiempo. Este neo-intuicionismo [considerando ‘intuicionismo clásico’ el de Kant] considera la división de momentos de la vida en partes cualitativamente distintas, que luego se reúnen aunque permaneciendo separadas por el tiempo, como el fenómeno fundamental del intelecto humano...”

Poincaré alcanza la mayor precisión en el planteamiento y en los resultados, fundamentalmente por lo que respecta a la estructura espacial. En los capítulos II y IV, Poincaré se ocupa del problema de pasar de la configuración de nuestras sensaciones al espacio continuo de la física. El espacio de las sensaciones no es continuo, y para llegar a la continuidad, hay que establecer hipótesis y convenciones.

El estudio de Poincaré, extraordinariamente sucinto y difícil, puede considerarse hasta cierto punto un esbozo de sistema fenomenalista (contiene ciertos elementos de formalización topológica y geométrica), si no fuera porque está muy entremezclado con cuestiones psicológicas, o mejor, psicofisiológicas, como en el caso de Mach. En realidad, parece que también Poincaré intenta una especie de fundamentación psicofisiológica de la física.

Según él, hay que partir de un conjunto discreto de sensaciones. La primera relación que se puede establecer entre las sensaciones es su *simultaneidad*, obteniendo clases de sensaciones simultáneas. Estas clases serían los sucesivos *estados de conciencia*, temporalmente separados. En un segundo momento se hace abstracción de lo que diferencia esos estados de conciencia y se considera sólo lo que las sensaciones tienen (atemporalmente) en común: se obtienen así clases de equivalencia de sensaciones iguales en algún respecto. (Este procedimiento, en sus líneas generales, tiene gran semejanza con el que nosotros seguiremos en la elaboración de nuestro Sistema T-S.)

El espacio físico continuo, según Poincaré, no puede obtenerse a partir de un único sentido, sino a partir de la correlación de dos: el espacio visual y el táctil (implícitamente, Poincaré reconoce la necesidad de aceptar también el espacio kinestésico). Poincaré inicia un esbozo formal (matemático) de las reglas de construcción del objeto físico, partiendo de la correlación tacto-visual. Desgraciadamente, este esbozo es muy poco detallado y no se sabe hasta qué punto sería fructífero.

Poincaré trató de formalizar sus construcciones en lenguaje geométrico y topológico, pero no utilizó ni la naciente lógica ni la teoría de conjuntos, a las cuales miraba con recelo. Seguramente por esto, sus construcciones son más complicadas de lo necesario.

El primero a quien se le ocurrió aplicar la lógica a este ám-

bito fue Bertrand Russell, un par de años después de los esfuerzos de Poincaré. Con ello, puede decirse que el fenomenalismo en sentido estricto entró en su período de gestación.

CAPÍTULO II

EL SISTEMA RUSSELL(-WHITEHEAD-NICOD)

I. — LA CONSTRUCCIÓN DEL MUNDO EXTERIOR
A PARTIR DE LOS DATOS SENSORIALES EN RUSSELL

La obra en que aparece esta construcción, o mejor dicho, este esbozo de construcción, es *Our Knowledge of the External World*, a la que, en lo sucesivo, nos referiremos, para abreviar, con el título *External World*. Se trata, en verdad, de un libro de carácter bastante heterogéneo: la constitución de objetos que aquí nos interesa la emprende Russell únicamente en los capítulos (en su origen conferencias) tercero y cuarto, y aun el cuarto capítulo trata más de filosofía de la física, que de la constitución propiamente dicha de los objetos de la física. Los capítulos anteriores son de carácter introductorio (histórico y lógico) y los posteriores se dedican al análisis lógico de ciertos problemas particulares: la continuidad, la infinitud y la causalidad; en estos últimos sólo indirectamente se hace alguna alusión a los temas de construcción lógica que aquí nos interesan; centraremos nuestra atención casi únicamente en los capítulos tercero y cuarto.

External World no está dedicado en su mayor parte al conocimiento del mundo exterior, como su título nos podría hacer esperar, sino a la aplicación en diversos campos (más o menos relacionados) de lo que Russell llama "el método científico en filosofía". El principio guía de este método lo expone Russell en su famosa frase: "La suprema máxima del filosofar científico es ésta: siempre que sea posible, las entidades inferidas han de ser substituidas por construcciones lógicas". Esta es la formulación más simple que conozco de lo que puede considerarse como el

principio metodológico básico de cualquier sistema constitucional. Por esto es justo integrar a Russell en el programa fenomenalista/*sensu stricto* y verle como uno de sus grandes pioneros. El principio, tomado literalmente, indica ya dos diferencias radicales del fenomenalismo respecto de sus antecesores, el empirismo y el empiriocriticismo: 1) se trata de llevar a cabo construcciones lógicas; 2) no se trata de decidir de qué "está hecha" la realidad, ni qué es lo que conocemos "realmente", sino de substituir unos términos o conceptos (poco precisos y controlables, en cuanto inferidos psicológicamente y no construidos formalmente) por otros términos o conceptos, a saber, por las construcciones lógicas de los primeros a partir de elementos básicos. Para abreviar, a este principio metodológico de Russell, que en realidad es una reformulación operativa y lógica de la vieja navaja de Ockham, lo llamaré, en lo que sigue, principio de los mínimos supuestos.

Lo curioso del caso en Russell es que, a pesar de su formulación metodológica, él mismo no ve claramente (en *External World*, por lo menos) que su empresa está ya muy alejada del empirismo tradicional, y tampoco consigue deslindar satisfactoriamente lo que hay en ella de hipótesis epistemológicas a la vieja usanza, de lo que hay de tesis constitucionales en nuestro sentido. La clara conciencia de esta distinción no llegará, en realidad, sino catorce años después, con el *Aufbau* de Carnap.

Un problema epistemológico

El problema central que Russell quiere atacar es decididamente epistemológico, y además muy viejo: ¿cómo sabemos que el mundo que conocemos por los sentidos es real?

No se trata de asegurar la realidad de los datos de los sentidos, que Russell asume como incuestionable, sino las inferencias que hacemos a partir de ellos acerca de objetos exteriores e independientes de los mismos.

Desde un punto de vista lógico, estas inferencias, que son procesos psicológicos subjetivos, son poco convincentes y poco firmes. Por lo tanto, si queremos estar seguros de nuestros conocimientos, debemos prescindir (hasta donde sea posible y no de un modo absoluto) de las mismas. Sin embargo, no queremos

prescindir de sus resultados, pues éstos satisfacen no sólo nuestra sed de conocimientos en la vida cotidiana, sino que además son el fundamento, según Russell, de la más adelantada y potente de las ciencias: la física.

“El mundo de la física... es evidentemente inferido de lo que nos viene dado en la sensación; ... Se nos impone, pues, la cuestión: ¿es la inferencia de los sentidos a la física una inferencia válida?” (p. 146).

Los procesos psicológicos de inferencia son poco fiables, sobre todo debido a que no están muy claras las reglas que siguen ni sus pasos intermedios. Pero como no queremos prescindir de sus resultados, porque son la base del conocimiento común y de la ciencia física, habrá que sustituir los procesos inseguros por otros más seguros: las inferencias por las construcciones lógicas a partir de alguna roca dura hallada entre lo dado.

Que quede claro, sin embargo, que no se trata de poner en cuestión la física: de la física, en general, nos fiamos tanto como de la base sensorial que tomamos como punto de partida; nos fiamos mucho de ella fundamentalmente porque predice muy exactamente. La física y la base sensorial, y en cierta medida también el conocimiento cotidiano, así como ciertos testimonios históricos y geográficos, no son puestos en duda en el programa de reconstrucción de Russell. Son las formas más sólidas de lo que él llama el “Conocimiento General” y constituyen “lo dado”.

Es, quizás, una cuestión de detalle irrelevante, pero creo que vale la pena hacer notar un punto que muchos críticos de esta obra de Russell, y del fenomenalismo en general, pasan por alto. “Lo dado” no son solamente los datos sensoriales, sino también las ciencias físicas en general, el conocimiento cotidiano más seguro y ciertas informaciones históricas y geográficas. En el comienzo de la reconstrucción de Russell no se halla la duda sistemática al estilo de Descartes o Husserl, sino que se admiten como *dadas* las conclusiones experimentales de las ciencias más maduras, y asimismo la existencia de cosas como mesas, casas, vecinos, Napoleón y el desierto de Gobi. El escepticismo generalizado es, según Russell, lógicamente irrefutable, pero prácticamente insostenible y con él no puede emprenderse nada.

La duda, en verdad, sólo tiene sentido admitiendo algunos conocimientos previos y de distintos órdenes, desde los cuales aquélla se pueda emitir. Precisando las aseveraciones de Russell, podríamos decir que la duda no es operativa si se la considera una relación diádica (“S duda de A”), sino sólo si se la considera una relación triádica (“S duda de A respecto de lo que ya sabe, B”). Hay, naturalmente, distintos grados de certidumbre, dentro de este Conocimiento General. Para mí es más cierta la existencia histórica de De Gaulle que la de Napoleón, y ésta, a su vez, más cierta que la de Akhenaton; pero nuestra empresa como filósofos no ha de consistir en establecer semejantes gradaciones, sino, aceptando de una vez las formas de conocimiento más seguras, dudar de la validez de los modos de inferencia habituales de unas formas de conocimiento (las más “inmediatas”) a otras formas (menos inmediatas), y tratar de reemplazarlas por construcciones lógicas. Éste es, creo yo, el objetivo básico de Russell que, como se ve, está ya mucho más cerca del fenomenalismo posterior que del método cartesiano del empirismo tradicional.

Datos “duros” y “suaves” (blaudos)

Como, a pesar de todo, Russell todavía pretende elaborar una teoría del conocimiento, tomará como base de constitución aquella parte del Conocimiento General que le parezca más indubitable e “inmediata”.

Del conjunto de datos que poseemos, unos han de ser considerados *primitivos*, los otros *derivados* a partir de éstos. Pero existen dos sentidos en los que un conocimiento dado puede aparecer como primitivo: puede ser *psicológicamente* o bien *lógicamente* primitivo. Según Russell, gran parte del conocimiento psicológicamente derivado es lógicamente primitivo, pues no se deduce de ningún otro dato. Así, por ejemplo, vemos un hombre con el ceño fruncido y con cierta expresión general en su rostro, y decimos que *sabemos* que está enojado. Éste es un conocimiento debido a una inferencia a partir de ciertas sensaciones visuales y, por tanto, es psicológicamente derivado. Pero, en cambio, es lógicamente primitivo, pues no disponemos de momento de ningún sistema de reglas deductivas que nos permita pasar de los

enunciados acerca de ciertas manchas de color a un enunciado sobre un estado anímico. Así, pues, se debe intentar que el número de conocimientos (desde nuestro punto de vista: enunciaciones) lógicamente primitivos que haya que aceptar sea el menor posible. Éstos constituirán la base del sistema. No todos los elementos de la base podrán ser también psicológicamente primitivos, es decir, aceptados subjetivamente como indudablemente ciertos. Pero algunos de ellos sí serán ambas cosas: a saber, los datos inmediatos de los sentidos (sensaciones de color, sonido, calor, etc.) y las leyes lógicas. Estos datos forman el núcleo inmovible de la base constitucional de Russell y a ellos los llama datos "duros" (*hard*), siendo todos los demás más o menos "suaves" (*soft*).

En este punto hay que hacer notar, sin embargo, que a partir de Carnap no se considera ya que en un sistema empirico-constitucional la lógica forme parte de la base. La lógica y las matemáticas no nos vienen *dadas*, sino que las *inventamos* y son absolutamente independientes de la experiencia sensible; ayudan a construir el sistema de la experiencia, pero son externas a éste. Las tendencias "platonistas" de Russell en lógica y matemáticas le llevaron a la singular opinión de que la lógica y la matemática, con toda su complejidad formal, nos son dadas inmediatamente en nuestra experiencia.

En resumen, la tarea que emprende Russell en *External World* no es otra, en definitiva, que la de justificar lógicamente el paso de los datos duros a los datos suaves. Lo que no trata Russell es de reconstruir de cerca el proceso genético-psicológico del conocimiento de las cosas, tal como podría desprenderse, por ejemplo, del análisis experimental de Piaget en *La construcción de lo real en el niño*. Los datos duros no tienen por qué ser los lógicamente primarios de la psicología genética. Esta reflexión es igualmente válida para todo sistema fenomenalista. Cómo se llega a los datos duros en un programa fenomenalista es una cuestión central y trivial a la vez, aunque a pesar de ello ha sido pasada muchas veces por alto. Creo que es el propio Russell quien aclara la cuestión del modo más sencillo y definitivo. No tanto en *External World*, como en otra obra suya, el *Análisis del Espíritu*, aunque ésta no caiga propiamente en el ámbito en que nos movemos. Al final de este libro, dice Russell:

"Los datos no son aquellas cosas de las que tenemos conciencia en nuestros primeros años. En cada período de la vida, desde que somos capaces de pensar, obtenemos algunas de nuestras creencias por inferencia, en tanto que otras no...". "Cuando hablo de datos... no quiero significar las cosas de las que nos sentimos seguros antes de que comience el estudio científico, sino aquellas que, *cuando una ciencia ha avanzado suficientemente, aparecen como fundamento de otras partes de la ciencia*, sin que se les otorgue crédito sobre otra base que la observación. Es decir, *supongo un observador entrenado, con poder analítico, que sabe la clase de cosa que hay que buscar*" ... "Si postulamos un observador ideal, él será capaz de aislar la sensación, y tratarla por sí sola como dato" (subrayado nuestro).

Esta explicitación de Russell de lo que hay que considerar como elementos de la base de reconstrucción de la experiencia vale, según creo, para todos los intentos fenomenalistas.

En lo que sigue vamos a tratar de establecer las líneas básicas del Sistema Russell, apartándonos, cuando sea necesario, de la expresión literal de Russell y de sus afirmaciones epistemológicas. De este modo queremos exponer de la manera más sistemática y analizable posible lo que en la obra de éste no es más que un esbozo informal, pero sin duda un esbozo que fue, según frase de Quine en su artículo de *Homenaje a Bertrand Russell*, "una gran idea".

La base primitiva

Una vez establecida la dicotomía entre conocimiento psicológica y lógicamente primitivo, Russell pasa a indicar, de modo puramente discursivo, cuáles son los elementos y estructuras que en su sistema pertenecen a la intersección de ambos tipos de conocimiento.

En la semi-formalización que aquí emprendemos del trabajo de Russell, hemos de introducir primero unos axiomas de existencia.

Ax. I: Existen datos a la vez psicológica y lógicamente primitivos; pre-sistemáticamente, forman los siguientes tipos —la determinación exacta de estas categorías es asunto del psicólogo experimental, no del filósofo—:

- a) Mis datos particulares "presentes": s_1, s_2, s_3, \dots
- b) Mis recuerdos de la memoria inmediata: r_1, r_2, r_3, \dots
- c) Ciertos resultados de *mi* introspección: i_1, i_2, i_3, \dots
- d) Las nociones lógicas elementales.¹

Para facilitarse la tarea, Russell admite en su sistema solamente elementos sensibles del sentido de la vista. (Esta simplificación, que permite delimitar mejor cuáles son los problemas esenciales de la constitución, también la hemos adoptado nosotros en el Sistema T-S.)

Def. 1: Al conjunto $\{s_1, s_2, s_3, \dots, r_1, r_2, r_3, \dots, i_1, i_2, i_3, \dots\}$ lo llamamos "conjunto de datos inmediatos" y lo designamos por "DATA".

Ax. 2: Existen relaciones psicológica y lógicamente primitivas entre cualesquiera dos elementos de DATA; pre-sistemáticamente son las siguientes:

- a) Las dos relaciones, llamadas temporales, de *simultaneidad* (*Sim*) y de *anterioridad* (*Ant*), mutuamente excluyentes.
- b) Las relaciones de *semejanza* (*S*) y de *desemejanza* (*D*) entre los datos de DATA, mutuamente excluyentes. Cada uno de estos pares de relaciones opuestas agota la totalidad del conjunto DATA.

Def. 2: A los elementos de DATA y a las relaciones anteriores los llamamos *datos duros*, y en particular, a los datos de las clases a), b) y c) de Ax. 1 los llamamos *datos sensoriales* (*sense-data*).

1. Desde un punto de vista estrictamente lógico, este axioma es superfluo. En un sistema formal no hay que empezar con un axioma que afirme la existencia de los individuos o conceptos primitivos del sistema. La existencia de los mismos está implícita en la construcción misma del sistema. Sin embargo, aquí, para facilitar la comprensión de los *supuestos empíricos* de que parte Russell en su sistema y de las categorías en que supone divididos estos conceptos primitivos, expresamos estas suposiciones pre-sistemáticas como un axioma de existencia.

Def. 3: El conjunto de datos duros constituye la *base* lógicamente (y se admite que también psicológicamente) primitiva del sistema constitucional. Es decir, las variables del campo de definición o "individuos" del sistema son: $s_1, s_2, s_3, \dots, r_1, r_2, r_3, \dots, i_1, i_2, i_3, \dots$. A esta base la llamamos "mi mente" y la designamos por *B*.

Discusión de las relaciones temporales

Es curioso que en todo el capítulo que trata del mundo sensible en sí mismo, Russell no mencione la necesidad de introducir relaciones puramente temporales en la base. Estas son sólo introducidas en el capítulo siguiente, al tratar de la fundamentación de la física a partir del mundo sensorial. En la p. 121 nos dice literalmente:

"La experiencia inmediata nos proporciona dos relaciones temporales entre los sucesos: pueden ser simultáneos, o bien el uno puede ser anterior y el otro posterior. Estas dos relaciones forman parte de los datos crudos; no es el caso que sólo vengan dados los sucesos, y que su ordenación temporal sea añadida por nuestra actividad subjetiva."

El hecho de que Russell no mencionase esas relaciones temporales al poner las piedras fundamentales de su sistema creo que sólo puede achacarse al carácter sumamente informal y tentativo de su obra. En la sistematización que aquí presentamos, hemos tratado de remediar esta deficiencia.

Es importante notar también que Russell considera que lo primitivo son las *relaciones* temporales, no lo que comúnmente se toman como *elementos* temporales, es decir, los "instantes". Éstos habrán de ser (pp. 123 y s.) construcciones lógicas a partir de *Sim* y *Ant*, lo mismo que los puntos espaciales a partir de los datos sensoriales. En este respecto, el sistema russelliano difiere del de Carnap en que añade a la base relaciones temporales como primitivas, y difiere del de Goodman en que éste admite elementos temporales (qualia-instantes).

Sim es una relación reflexiva (cada dato es simultáneo consigo mismo) y simétrica (si un dato es simultáneo con otro, el

segundo también es simultáneo con el primero); pero *no* es una relación transitiva, y por tanto no es de equivalencia; en efecto, según Russell, en el mundo sensible, un dato puede "durar" en el presente y ser así simultáneo con otros datos, que no sean simultáneos entre sí. No hay, pues, clases de simultaneidad.

Por lo que hace a *Ant*, tampoco es una relación de orden estricta (como nos gustaría), pues Russell no parece querer admitir que sea reflexiva, es decir, que un dato sea anterior a sí mismo (p. 125, nota); pero si admitiéramos esto por convención, tendríamos una relación de orden, pues es antisimétrica (si dos datos son mutuamente anteriores, entonces son iguales) y transitiva (si un dato es anterior a un segundo, y éste es anterior a un tercero, el primero es anterior al tercero).

Discusión de las relaciones de semejanza y desemejanza

Las relaciones *S* y *D* deben ser definidas como *funciones reales diádicas* de elementos de las categorías *a*), *b*), *c*) de Ax. 1, aunque Russell no lo explicita. Él habla simplemente de las *relaciones* de semejanza y no indica que éstas deben ser funciones que toman valores reales ("grados de semejanza"). Esta última condición, aunque mucho más fuerte que todo lo postulado por Russell respecto a *S*, es necesaria si hay que llevar a cabo el programa de Russell efectivamente, como se comprobará por las construcciones que haremos a continuación.

En la p. 79, Russell alude a la necesidad de contar entre las relaciones primitivas ciertas relaciones espaciales y temporales que caen dentro de *mi* presente psicológico o presente "espeso" (por ejemplo, el movimiento fugaz de un cuerpo que comience y acabe dentro del presente psicológico). Seguramente, al postular esas relaciones particulares, Russell estaba pensando en la necesidad de dar cuenta de los vectores *velocidad* y *aceleración*, que en algunos casos se nos aparecen como inmediatamente dados. Sin embargo, dentro del mismo Sistema Russell, las relaciones espaciales han de poder constituirse a partir de *S* y las relaciones temporales en el presente espeso a partir de *Sim*. Y de este modo, a su vez, pueden definirse las relaciones cinemáticas dentro del presente espeso y no es preciso postularlas como primitivas.

Los objetos sensibles

Def. 4: Sea un valor real r_0 , a determinar según consideraciones empíricas y sistemáticas. A los conjuntos de datos sensoriales que forman parte del dominio de *S* y todos los cuales tienen entre sí un grado de semejanza superior a r_0 , los llamaremos *objetos sensibles*. Para cualquier subconjunto z de DATA, definimos la propiedad de ser objeto sensible (*OS*):

$$OS z \leftrightarrow_{df} \bigwedge s_i, s_j \in z \ S(s_i, s_j) > r_0$$

Para mayor brevedad, en adelante, a los subconjuntos z de DATA que sean objetos sensibles los designaremos con la abreviación "*os*" con subíndices: os_i, os_j, \dots , denotarán objetos sensibles (serán nombres de variables que se refieren a objetos sensibles).

Def. 5: Sea un subconjunto de un os_i tal que todos sus elementos sean simultáneos. A este subconjunto lo llamaremos "un *aspecto sensible*" de os_i . Dado os_i , y para cualquier $x \subset os_i$, definimos la propiedad de ser aspecto sensible (*AS*):

$$AS x \leftrightarrow_{df} \bigvee os_i (x \subset os_i \wedge \bigwedge s_i, s_j \in x (s_i \text{ Sim } s_j))$$

También utilizaremos en adelante las obreviaciones as_i, as_j, \dots , como nombres de variables que se refieren a aspectos sensibles.

A los distintos aspectos sensibles de un as_0 dado los designaremos por $as_{01}, as_{02}, \dots, as_{0k}, \dots$. A los segundos subíndices los llamamos "índices temporales". Estos índices temporales los expresamos en general por k , y vienen unívocamente determinados por los pares (s_i, s_j) que están en la relación *Sim*, como se desprende de la misma definición de aspecto sensible. Es decir, por la noción misma de *Sim* podemos inferir que existe una función f tal que

$$k = f(\{(s_i, s_j) / s_i \text{ Sim } s_j\})$$

Def. 6: A los elementos de DATA, en cuanto pertenecientes al dominio de definición de *Sim* y *Ant* los llamamos *sucesos*. (Russell introduce este término más tarde que nosotros, al constituir el tiempo físico.)

Reformulación del problema epistemológico

Con esta base de axiomas y definiciones puede replantearse el problema del mundo exterior de la siguiente forma. La antigua formulación del problema en la pregunta: "¿Existen objetos independientes de la mente (o el Yo)?", no es nada clara, y por tanto, no es efectivamente soluble, debido a que el significado de los términos "independiente" y "mente" o "Yo" se halla muy lejos de estar bien determinado. En vez de esa formulación, en el presente sistema, el problema puede plantearse desdoblado así:

a) ¿Siguen existiendo los *os*, cuando no los percibimos?

b) ¿Existen otras entidades, aparte de las introducidas hasta aquí, que, no obstante, sean definibles o construibles a partir de las de la base?

Estas preguntas tienen un sentido bien determinado dentro del sistema, aun cuando su solución no parezca inmediata.

En este punto hay que observar, empero, que para que la construcción del sistema tenga algún sentido y éste no sea trivial, las respuestas buscadas, caso de que sean afirmativas, no deben ser introducidas axiomáticamente, sino deducidas a partir de la base axiomática ya dada y con el mínimo de supuestos adicionales posible. El sentido común, la física y las corrientes filosóficas realistas dan respuestas axiomáticas a dichas preguntas, aunque basadas, desde luego, en inferencias psicológicas. Admiten que cada objeto sensible (excepto las alucinaciones, los sueños, etc.) persiste aun cuando desaparezca de nuestro campo de experiencia y que, además (y por "debajo") de los objetos sensibles hay unos objetos que nunca podremos observar, pero que son los "sostenedores", por así decir, del mundo sensible (las "sub-stancias"): las cosas-en-sí kantianas o la materia de los físicos. Russell dedica bastantes páginas (pp. 84-94) a examinar los argumentos epistemológicos asumidos explícita o implícitamente cuando se afirma la existencia de objetos sensibles no percibidos y de cosas-en-sí impercibibles. Su conclusión es siempre que las inferencias psicológicas utilizadas no son lógicamente válidas: parten de consideraciones como las de las correlaciones entre varios objetos sensibles durante un largo período de tiempo o la persistencia de efectos de un objeto sensible una vez desa-

parecido éste de nuestro campo de experiencia. Pero de estas consideraciones no se deduce con validez nada. Sistemáticamente, una solución es, ya lo hemos dicho, la implícita en el sentido común y en la física: introducir axiomáticamente las respuestas afirmativas a las preguntas *a*) y *b*). Pero el sistema resultante sería de una complicación extraordinaria, puesto que multiplicaría *ad infinitum* los axiomas y las entidades básicas indefinibles. Tal sistema no seguiría, evidentemente, el principio de los mínimos supuestos. De ahí que Russell emprenda la construcción de un sistema que satisfaga dicho principio y en el que, sin dar una respuesta directa a las cuestiones *a*), *b*), se llega a los mismos resultados fundamentales que cabe esperar de las respuestas afirmativas "ingenuas" a *a*) y *b*). En definitiva, se trata de decir lo mismo (que dice la física, sobre todo) con otras palabras, o sea, de fundamentar de manera lógicamente sistemática los supuestos ingenuos de la física y de la parte válida del sentido común.

Para llegar a los mismos resultados esenciales que con las respuestas afirmativas a *a*) y *b*), es preciso considerar estas preguntas de manera distinta a la usual. Ante todo, hay que entender el término "existir" de una manera definida dentro del sistema, a saber, como sinónimo de "ser construible" o "ser deducible" en él. (Russell, desde luego, no es tan explícito a este respecto, pero está claro que la finalidad de sus construcciones es justamente ésta: dar un significado operativo a "existir".)

Las otras bases u "otras mentes"

Prosigamos con nuestra sistematización de las ideas esbozadas por Russell. Una vez ha determinado lo que cree ser el planteamiento correcto del problema del mundo exterior, pasa a la constitución que ha de sustituir las inferencias psicológicas.

Aquí, sin embargo, Russell abandona parcialmente el cumplimiento riguroso del principio de los mínimos supuestos, como él mismo reconoce (p. 94). En efecto, para la constitución de los objetos físicos admite la hipótesis de una serie de bases paralelas a la de partida, con las mismas "clases" de contenidos y a las que llama "otras mentes" (en número indefinido), siendo la primera base "mi mente", por definición. Estas otras bases son tan lógicamente primitivas como la primera. Lo que las liga a

ésta es su manifestación en forma perceptible para "mi mente", que es lo que Russell llama "testimonio". Esta manifestación o testimonio no es una entidad introducida axiomáticamente, sino un conjunto de datos sensoriales. Lo que sí se introduce axiomáticamente son los conjuntos de datos sensoriales no percibidos que se supone forman la "sustancia" de las otras mentes o bases.

Russell reconoce que su hipótesis de las otras mentes no es muy satisfactoria para un sistema que pretenda ser riguroso y que, seguramente, un sistema construido más efectiva y pacientemente que el suyo podría dispensarse de ella. Y efectivamente, los sistemas Carnap, Goodman y T-S prescindirían de esta hipótesis. Lo que ocurre es que Russell quiere "llegar lo más pronto posible" al mundo exterior intersubjetivo, y por ello introduce las otras mentes con carácter provisional.

Ax. 3: Existe un número indefinido, pero finito, de conjuntos de elementos de estructura semejante a B , pero ninguno de los cuales posee ningún elemento (dato) en común con B ni con ninguno de los demás. A estos conjuntos los llamaremos bases B', B'', \dots , y a sus respectivos elementos, $s'_1, s'_2, \dots, r'_1, r'_2, \dots, i'_1, i'_2, \dots, s''_1, s''_2, \dots, r''_1, r''_2, \dots, i''_1, i''_2, \dots$, etc. También admitimos los $os'_i, os''_i, \dots, as'_i, as''_i, \dots$, etc., y las relaciones *Sim*, *Ant*, *S* y *D*, tanto entre los elementos de cada una de las bases, como entre los de distintas bases.

Def. 7: A B', B'', \dots , las llamaremos "mentes ajenas" u "otras mentes". A una base cualquiera la designaremos por B^i .

Def. 8: A un conjunto de datos sensoriales de una base dada que estén todos entre sí en la relación *Sim* lo llamamos "un mundo privado"; a los mundos privados de índice temporal k en las respectivas bases los escribiremos: m_k, m'_k, m''_k, \dots . En lo que sigue, los superíndices de los objetos construidos se referirán siempre a la base o "mente" a que pertenecen. Cuando no pongamos ningún superíndice, se entenderá que nos referimos a un objeto de "mi mente" o B .

Te. 1: Cada mundo privado es la unión de todo los aspectos distintos del mismo índice temporal:

$$m_k^n = \cup_i as_{ik}^n$$

En efecto, todos los datos sensoriales de un mundo privado son simultáneos por definición y pueden agruparse en clases que contengan sólo los que son semejantes entre sí en grado mayor que r_0 . Estas clases agotan los datos sensoriales de un mundo privado. (Si hubiera algún dato que no fuera semejante en grado mayor que r_0 con otro dato, lo sería por lo menos consigo mismo.) Ahora bien, estas clases de datos simultáneos y semejantes en grado mayor que r_0 son, por Def. 5, todas ellas aspectos sensibles de distintos objetos sensibles.

Te. 2: Existen a lo sumo tantos mundos privados del mismo índice temporal como bases admitidas.

En efecto, no puede haber más, pues si los hubiera, esto implicaría que, respecto de una misma base, habría dos mundos privados con el mismo índice temporal, cada uno de los cuales sería la unión de aspectos del mismo índice temporal. Pero, por Def. 5, todos estos aspectos serían parte de un mismo mundo privado.

Las perspectivas

Ax. 4: Existe una función real y continua, que llamaremos *semejanza de perspectivas*, S_p , cuyo recorrido es R (el conjunto de los números reales), o por lo menos un subconjunto acotado de R . En cuanto al dominio de S_p , un subconjunto del mismo está formado por los mundos privados, de modo que la función S_p puede construirse *parcialmente* a partir de la función *S* (pero no totalmente, y por esto es necesario introducirla axiomáticamente). La función S_p estará definida en los mundos privados de la siguiente manera.

Sea un valor r de R y otro valor m de N (el conjunto de los números naturales), ambos a determinar según consideraciones empíricas. Entonces,

$$S_p(m_k^n, m_l^p) = r \leftrightarrow_{\text{def}} \text{card} \{(s_i^n, s_j^p) / S(s_i^n, s_j^p) \geq r\} > m$$

Es decir: la semejanza de perspectivas entre dos mundos privados cualesquiera en instantes cualesquiera vale r si y sólo si, por definición, el número de pares de datos sensoriales de uno

y otro mundo que son semejantes en por lo menos el grado r , es mayor que m .

Ahora bien, esta condición no agota el campo de definición de S_p ; ésta está destinada a cubrir un mayor número de casos.

Def. 9: Al dominio de S_p lo llamamos *las perspectivas*. A las perspectivas que son además mundos privados las llamamos "perspectivas *percibidas*" y a las que no lo son, "perspectivas *no-percibidas*". A las perspectivas, en general, las designaremos por P^i .

El término "semejanza de perspectivas" ha sido introducido expresamente por nosotros. Lo que Russell introduce axiomáticamente en su obra son las perspectivas mismas, pero luego habla de "semejanza entre perspectivas" (p. 94), como si se tratara de la misma relación que la semejanza entre datos, o por lo menos, tuviera las mismas propiedades. Pero está claro que éste no puede ser el caso. El procedimiento de Russell adolece aquí de una confusión de niveles, pues no puede existir la misma relación entre datos sensoriales que entre mundos privados, que son *clases* de datos sensoriales y por tanto objetos de tipo superior. Tampoco indica en modo alguno cómo podría construirse una semejanza "continua" entre perspectivas a partir de una semejanza "discontinua" entre datos. Por todo ello, parece más adecuado introducir axiomáticamente una nueva función con su propiedad de continuidad y definir luego, a partir de ella, las perspectivas como los elementos de su dominio.

Te. 3: Existe una infinitud supernumerable de perspectivas. Esto se desprende inmediatamente de la *continuidad* de S_p . En efecto, dado que el número de bases es finito y, por tanto, el número de mundos privados no puede ser infinito supernumerable, ocurrirá que los grados de semejanza de dos mundos privados cualesquiera no tomarán todos los valores de la recta real. Por la continuidad de S_p resulta (llamando D_1 al dominio de una función)

$$\wedge r_m (S_p(m_k^n, m_l^p) = r_m) \vee P^0 \in D_1 S_p (S_p(m_k^n, P^0) < r_m)$$

En lenguaje no muy exacto, esto significa que dadas dos perspectivas percibidas semejantes en cierto grado, siempre habrá

una tercera perspectiva "entre" ellas por el grado de semejanza. Lo mismo vale para las perspectivas no-percibidas. Habrá tantas perspectivas en total, como números reales que expresen grados de semejanza, o sea, un continuo.

Def. 10: Dos perspectivas diremos que son *muy próximas*, si su grado de S_p es mayor que cierto r a determinar por convención.

Ax. 5: Si una perspectiva no-percibida es muy próxima a una perspectiva percibida (mundo privado), consideraremos que la primera tiene elementos que, en su casi totalidad, son "muy semejantes" según la relación S a los elementos de la segunda y que las ordenaciones de los elementos en ambas perspectivas coinciden, con lo cual admitimos también que en las perspectivas no-percibidas se dan igualmente las relaciones S , D , aunque no las relaciones *Ant* y *Sim*.

Es de notar que, aun cuando las perspectivas percibidas poseen un índice temporal bien determinado por la relación *Sim* entre sus datos, en principio no hay razón alguna para atribuir tal índice a las perspectivas no-percibidas. Sin embargo, para las construcciones subsiguientes, especialmente la constitución de la partícula física, es conveniente atribuir un índice numérico que realice la misma función que el k considerado hasta aquí. Para las perspectivas no-percibidas muy próximas a alguna percibida, este índice podría ser el mismo que el de la percibida. En cualquier caso, basta que la convención utilizada sea adecuada para las construcciones siguientes.

Def. 11: Al conjunto de elementos de una perspectiva dada considerados únicamente en cuanto relacionados por S y D , es decir, al dominio de S y D en la perspectiva, lo llamamos *espacio privado* o también *punto de vista*. (El espacio privado es, por así decir, el esqueleto o estructura formal de la perspectiva.)

Def. 12: Al conjunto de perspectivas consideradas únicamente en su ordenación según la relación S_p , es decir, la "estructura" del sistema de perspectivas, lo llamamos *espacio-perspectiva*. Dado que los elementos del espacio-perspectiva son las

perspectivas, a éstas convendrá llamarlas “puntos” del espacio-perspectiva.

Las “cosas” momentáneas

Def. 13: Sea el conjunto de perspectivas muy próximas a una perspectiva P^0 dada: $\{P^0, P', P'', \dots\}$. Por los axiomas Ax. 4 y Ax. 5, cada perspectiva contiene conjuntos de datos sensoriales correspondientes a los de las demás perspectivas. Cogemos un aspecto sensible as_{ik} de P^0 y todos los aspectos sensibles o conjuntos de elementos correspondientes en este sentido de P', P'', \dots . Al conjunto de esos conjuntos lo llamamos “una cosa k -momentánea”, cm_{ik} :

$$cm_{ik} =_{df} \{as_{ik} / \wedge s_i^n \in as_{ik}, s_j^p \in as_{jk} \ S(s_i^n, s_j^p) > r_0\}$$

(r_0 dado empíricamente)

En adelante, utilizaremos la abreviación “ cm ” con subíndices como nombres de las variables que se refieren a cosas momentáneas.

A los aspectos sensibles se les puede llamar ahora también “aspectos de una cosa momentánea”. Los diferentes aspectos sensibles propiamente dichos que constituyen una cosa momentánea han de tener todos, claro está, el mismo índice temporal k . En la p. 96, Russell indica de pasada que *a posteriori* se presentarían aquí dificultades desde el punto de vista de la relatividad, ya que la correlación temporal *exacta* de las diferentes perspectivas no sería posible debido a los efectos relativistas; ahora bien, el *intervalo* (en sentido relativista) es, en este caso de las perspectivas muy próximas, tan pequeño, que la dificultad bien puede ser pasada por alto.

Te. 4: $\wedge as_{ik}^n \check{\vee} cm_{ik} (as_{ik}^n \in cm_{ik})$
 (“ $\check{\vee}$ ” se lee: “existe uno y sólo uno”)

En efecto, de la Def. 5 se desprende inmediatamente que

$$\wedge as_{ik}^n \vee m_k^n (as_{ik}^n \subset m_k^n)$$

Por Def. 9, este m^n es una perspectiva P_k^n . Por Te. 3 y Def. 10, habrá cierto número de perspectivas que sean muy próximas y que tengan aspectos sensibles que correspondan por S_p a as_{ik}^n . Por Def. 11, el conjunto de estos aspectos sensibles, entre los cuales se halla incluido as_{ik}^n , es un subconjunto de la cosa k -momentánea definida por ellos. Luego, existe siempre *esa* única cosa k -momentánea de la que as_{ik}^n es elemento.

Te. 5: $\wedge k \check{\vee} cm_{ik}$ (aquí cm_{ik} es el nombre de un conjunto, no de una variable).

Vamos a demostrarlo por reducción al absurdo. Supongamos

$$\neg \wedge k \check{\vee} cm_{ik}$$

O sea,

$$\vee k \neg \check{\vee} cm_{ik}$$

Aquí hay dos alternativas que son posibles a partir del enunciado anterior. Vamos a mostrar que ambas son contradictorias:

1.^a) $\neg \check{\vee} cm_{ik}$, o bien 2.^a) cm_{ik} no está determinada unívocamente, de modo que designa varios conjuntos distintos.

La alternativa 2.^a) queda inmediatamente desechada si se acepta la construcción realizada en Def. 13. Veamos, pues, si puede ocurrir la 1.^a), o sea, que para cierto k , $\neg \check{\vee} cm_{ik}$.

Hemos dicho en Def. 5 que hay que tomar

$$k = f(\{(s_i, s_j)/s_i \text{ Sim } s_j\})$$

Para abreviar, llamemos al conjunto $\{(s_i, s_j)/s_i \text{ Sim } s_j\}$, z . Es una consecuencia inmediata de Def. 5 que

$$\wedge s_i \in z \vee as_{ik}^n (s_i \in as_{ik}^n)$$

Eliminando generalizador y particularizador (reglas EG y EP), tendremos que, para todos los s_i que determinan k , existen los aspectos

$$as_{ik}^1, as_{ik}^2, \dots, as_{ik}^n$$

de los cuales son elementos.

Pero Te. 4 afirma que

$$\bigwedge as_{ik}^n \bigvee^1 cm_{ik} (as_{ik}^n \in cm_{ik})$$

Luego, eliminando generalizador,

$$\bigvee^1 cm_{ik} (as_{ik}^1 \in cm_{ik}, as_{ik}^2 \in cm_{ik}, \dots, as_{ik}^c \in cm_{ik})$$

Pero habíamos supuesto que $\neg \bigvee^1 cm_{ik}$, con lo cual llegamos a una contradicción y el teorema queda probado.

Def. 14: Tomemos una cm_0 particular que aparezca circular en algunas de las perspectivas que la constituyen, mientras que en las demás aparece más o menos elíptica. (Para fijar ideas, Russell toma el caso concreto de una moneda.) El conjunto de todas las perspectivas en que cm_0 aparece circular es, por definición, una *línea recta* en el espacio-perspectiva.

Def. 15: Tomemos una cm_1 particular de forma definida (que puede ser idéntica a la cm_0 anterior). En las perspectivas en que el tamaño de cm_1 aparezca mayor, diremos que se halla "más cerca" de la perspectiva dada que de aquellas en que aparezca menor. La relación *cercanía-lejanía* es una relación de orden dentro del espacio-perspectiva que se puede definir a partir de las variaciones de tamaño aparente de una cm_1 dada.

Mediante Def. 14 y Def. 15, hemos construido un *orden* en el espacio-perspectiva, pero lo hemos hecho con la ayuda de objetos particulares. Es de suponer que con cualquier otro objeto adecuado se hubiera llegado al mismo resultado. Esto es, evidentemente, un postulado natural, que si se pone en duda, sólo puede ser decidido empíricamente. Por esto, en el sistema hay que introducir el

Ax. 6: Sean ciertas condiciones C . Para toda cm_i tal que cm_i satisfaga C , se pueden definir mediante cm_i las relaciones "estar en línea recta" y "cercanía-lejanía" de modo que sean isomorfas con las relaciones definidas en Def. 14 y Def. 15 y de modo, también, que todas las construcciones realizadas a partir de ellas sean isomorfas con las construcciones a partir de Def. 14 y Def. 15.

Def. 16: Tomemos la cm_0 de Def. 14. En algunas perspectivas de cm_0 , ésta aparecerá como un cuadrilátero más o menos estrecho. Por consideraciones de pura geometría espacial, puede demostrarse que estas perspectivas formarán un ángulo recto con las perspectivas de circularidad y, por tanto, que también estarán en una *línea recta*. También es un teorema geométrico que dos líneas que forman un ángulo recto se cortan en algún punto. A este punto de intersección lo llamamos *lugar espacial* de cm_0 .

Te. 6: Por Def. 14 y Def. 16, el lugar espacial de una cosa es un *punto* del espacio-perspectiva, pues es la intersección de dos líneas del espacio-perspectiva. Pero, por Def. 12, los puntos del espacio-perspectiva son idénticos a las perspectivas. Luego, también el lugar espacial de una cosa es una perspectiva. Con ello, resulta asimismo que la relación *cercanía-lejanía* se da entre perspectivas y no entre perspectivas y cosas, como podría haberse entendido en Def. 15.

Def. 17: A "mi mundo privado_k" (que es una perspectiva por Def. 9 y, por tanto, un punto del espacio-perspectiva por Def. 12) lo llamamos *aquí_k*:

$$\text{aquí}_k = \text{mi mundo privado}_k$$

Recapitulación

Hasta aquí hemos reconstruido formalmente los elementos y estructuras esenciales del mundo fenoménico en el Sistema Russell. El paso siguiente es ya la resolución de lo que podemos llamar *el problema del puente*, o sea, el paso al mundo físico, que en Russell debe ser considerado casi exclusivamente como el mundo de la física. Como indica el propio Russell en p. 100, un resultado importante de las construcciones realizadas, importante porque arroja luz sobre el problema de la unificación de las ciencias, es el siguiente: En este sistema, los aspectos sensibles de una cosa pueden ser tomados indistintamente como elementos de dos clases distintas: 1) por Def. 13, un aspecto es un elemento de una cosa momentánea que comprende otros aspec-

tos correlacionados por semejanza con el primero, pero que pertenecen a perspectivas distintas; 2) por Def. 5, un aspecto sensible es un subconjunto de un mundo privado y éste, a su vez, es parte de un elemento de la clase de las bases (por Def. 8). En 1) y 2), el término "aspecto sensible" se refiere a lo mismo, pero es considerado de distinto modo (siguiendo a Frege, diríamos que la *referencia* es la misma, pero no el *sentido*). Según Russell, entonces, aquí radica el fundamento de la distinción entre física y psicología: lo peculiar de la física es el modo de consideración del tipo 1) y lo peculiar de la psicología, el modo de consideración del tipo 2). Debido a estos diferentes "puntos de vista", las leyes, correlaciones y esquemas serán distintos en una y otra ciencia, pero su campo de estudio es fundamentalmente el mismo.²

Veamos, finalmente, cómo se responde dentro del Sistema Russell expuesto hasta aquí, a las dos preguntas epistemológicas a) y b) formuladas al principio. La respuesta es indirecta y única. Es, además, sencilla e inmediata. Dentro de este sistema hay aspectos sensibles de objetos y además construcciones que, sin ser "sensibles" en el sentido usual, son isomorfias a esos aspectos sensibles, permitiendo la construcción, a un nivel superior, de la *cosa*. La cosa es, en cierto modo, común a las entidades del nivel inferior, pues es la clase de ellas, pero independiente del hecho de que esas entidades pertenezcan a perspectivas percibidas o no-percibidas.

El problema del puente

El paso del mundo sensorial al mundo de la física lo intenta Russell en la cuarta conferencia de su libro, que desgraciadamente no ofrece una clara continuidad, en cuanto a los conceptos generales, respecto de la conferencia anterior, en que trataba del problema del mundo sensorial externo. Parece que Russell intentaba proponer soluciones al problema del puente que fueran en cierta medida independientes de las construcciones con-

2. Sobre esta cuestión de las diferencias y coincidencias de física y psicología, Russell se extiende mucho más en su *Analysis of Mind*, sobre todo en el capítulo V.

cretas realizadas en el capítulo anterior. Nosotros, por el contrario, para poner de manifiesto las posibilidades sistemáticas de las construcciones de Russell, trataremos de mantener un máximo de continuidad conceptual.

El problema del puente se puede enunciar básicamente en términos de las tres entidades físicas fundamentales que manejan los físicos: *puntos espaciales*, *instantes* y *partículas materiales*. El problema puede plantearse sencillamente así: ¿cómo hay que construir adecuadamente dichas entidades físicas a partir de lo ya constituido como mundo sensorial, de modo que la validez de los enunciados acerca de este último implique la validez de los enunciados acerca de aquellas entidades y viceversa?

Respecto de la constitución de puntos, instantes y partículas, Russell hace notar que viene facilitada enormemente por los conceptos de la teoría de la relatividad (él se refería aquí a la relatividad especial, pues Einstein en aquella época aún no había publicado su teoría generalizada). Aunque en el caso concreto de la relación de simultaneidad, la teoría de la relatividad complica un poco las cosas, en general, los procedimientos constructivos de un sistema constitucional de objetos físicos vienen apoyados por el hecho de que la relatividad considera inadecuada la concepción de los objetos físicos, del espacio y del tiempo como "cosas" permanentes en el mundo físico, y por consiguiente lleva casi automáticamente a considerarlos como construcciones lógicas a partir de los datos del observador relativista, es decir, de lo que en el Sistema Russell se denomina "el mundo privado". Por ello sostiene Russell que:

"Al intentar construirlos a partir de datos sensoriales y de particulares estructuralmente análogos a los datos sensoriales, sólo estamos, por consiguiente, empujando el procedimiento de la teoría de la relatividad un paso más hacia atrás" (p. 109).

Lo que hay que construir a partir del mundo sensorial *no* es toda la física, sino solamente la parte de ella que es *verificable*. Russell está intentando aquí dar un criterio de verificabilidad. Está claro que no todo en física es verificable: lo que Russell llama "entidades hipotéticas" y que hoy llamaríamos *conceptos teóricos*, así como las "leyes" o enunciados generalizados no son

reducibles a datos sensoriales y relaciones entre ellos. Pero aquella parte de la física que trata de lo observable y que da validez a las teorías físicas, esa parte sí debe ser constituible a partir del mundo sensorial, pues éste es el único marco de que disponemos dentro del cual controlar los enunciados científicos. Existen, pues, por lo que parece desprenderse de estas consideraciones, dos constituciones a realizar en este campo: una es la construcción de los conceptos teóricos y leyes como funciones o relaciones de los conceptos físicos observables; esto ha sido ya medio realizado en las teorías más perfeccionadas y es tarea propiamente del físico teórico o del filósofo de la física. La otra es la construcción de los observables físicos a partir de lo dado sensorialmente, el "problema del puente", y como el físico ha solido ignorar este problema, puede ser atribuido sin más a lo que tradicionalmente se ha denominado *epistemología*. Para constituir los observables físicos, son necesarias las tres entidades antedichas, a saber, las partículas, los puntos y los instantes. La tarea ahora es, pues, definir estas entidades a partir de lo ya construido en el mundo sensorial.

La partícula o "cosa permanente"

De los cambios terminológicos que hace Russell a lo largo del capítulo se desprende que, para él, partícula y cosa física son lo mismo, y en efecto, contemplando cómo funcionan las teorías físicas no-continuistas, es fácil darse cuenta de que la noción de partícula, más "científica", procede histórica y psicológicamente de una atomización de la cosa permanente del sentido común. En cualquier caso, lo que interesa hacer resaltar aquí es que tanto la partícula como la cosa permanente tienen de común que son consideradas como entidades "sustanciales" en el sentido de "resistentes" a las variaciones físicas y causa de los distintos aspectos con que se nos ofrecen. En lo sucesivo, hablaremos únicamente de "partículas".

Russell examina los criterios que se han aducido tradicionalmente para determinar si algo es o no una partícula. Aparte del criterio de *resistencia*, que obviamente no es adecuado, Russell examina el criterio de la *continuidad* de los procesos de variación de condición en las partículas. Muestra con algún detenimiento

que tampoco este criterio es necesario ni suficiente para determinar si algo es una partícula, ni para el sentido común ni para la física. Desde el punto de vista de la física, el único modo de ponerse de acuerdo sobre si una cosa es o no una partícula es ver si está sometida o no a las *leyes causales* de una teoría (p. 115).

Ahora bien, aunque Russell no lo manifiesta explícitamente, está claro que no puede ser ésta una definición de partícula dentro de su sistema, puesto que las leyes causales de las teorías no forman todavía parte de éste y no son verificables. Las leyes causales, sistemáticamente, habrán de ser consideradas enunciados funcionales, es decir, enunciados acerca de funciones en las que entren partículas. Pero para ello hay que tener primero el significado de las partículas. Y éste sólo puede venir dado, en el sistema Russell, a partir de los datos sensoriales. Veamos cómo.

Def. 18: Una partícula o cosa física permanente, $part_i$, será

$$part_i =_{df} \bigcup_k cm_{ik}$$

o sea, la unión de todas las cosas momentáneas que son clases de aspectos sensibles i de ciertas perspectivas muy próximas, para todos los índices temporales k . Ésta es una buena definición, o sea, queda unívocamente determinada cuál es esa unión, pues por Te. 5, a cada índice le corresponde una y sólo una cm_i .

Def. 19: Desde el punto de vista (en el lenguaje) de la física, a una cosa momentánea se la denomina estado momentáneo de una partícula, smp_{ik} :

$$smp_{ik} =_{df} cm_{ik}$$

Def. 20: Una *apariciencia ideal*, ai_{ik}^n , de una partícula será el conjunto de elementos de una perspectiva no-percibida, el cual conjunto entre a formar parte de un smp_{ik} . Es decir: sea una perspectiva no-percibida P^n de índice k . Sea un conjunto de elementos de la misma que están entre sí en la relación S . A este conjunto lo llamamos z ; entonces:

$$ai_{ik} =_{df} \{z \mid (z \subset P^n \wedge \forall smp_{ik} (z \in smp_{ik}))\}$$

Que esta descripción sea propia o impropia depende de consideraciones estrictamente de la física experimental.

Def. 21: Un estado ideal, sip_{ik} , de una partícula $part_i$ será una cm_{ik} todos cuyos elementos sean ai_{ik} , o sea, que esté formada exclusivamente a partir de perspectivas no-percibidas.

$$sip_{ik} =_{\text{def}} cm_{ik} (\wedge z \in cm_{ik} \vee ai_{ik}^n (z = ai_{ik}^n))$$

Def. 22: Una partícula (o cosa) ideal, pi_i , será la unión de estados ideales del mismo subíndice i :

$$pi_i =_{\text{def}} \cup_k sip_{ik}$$

Los puntos espaciales

El problema es: ¿cómo construir "puntos" en el mundo sensorial de modo que pueda establecerse una correspondencia entre esos "puntos" y los puntos geométricos de la física?

Estos "puntos sensibles", una vez contruidos, definirían lo que se entiende por "espacio sensible" y con ellos podría darse la correlación entre éste y el espacio de la física. Para establecer esta correlación, no obstante, cree Russell que nos enfrentamos con la dificultad de que no hay un espacio sensible total, sino varios espacios sensibles, correspondientes a cada sentido. El espacio sensible total ha de ser, según Russell, una construcción a partir de los espacios sensibles particulares (p. 118).

Parece que Russell acepta cada espacio sensible particular como algo inmediatamente dado. En esto, Russell olvida dos puntos: 1) que en su sistema no ha construido todavía una ordenación de los datos sensoriales que, en algún sentido, corresponda a la ordenación espacial: ³ su idea de que cada espacio sensible nos es dado inmediatamente proviene de la psicología, pero aparte de ser psicológicamente discutible, es en todo caso pre-sistemática; 2) que en su sistema no tiene ninguna necesidad de

3. La relación de *cercanía-lejanía* introducida en Def. 15 es una relación que, a lo sumo, ordena las cosas dentro de cada perspectiva, pero no ordena las perspectivas mismas en el espacio total.

plantearse el problema de correlacionar los distintos espacios sensibles, puesto que en él sólo se considera una categoría de datos sensoriales, los visuales, y por tanto, espacio sensible equivale, en dicho sistema, a espacio visual. Por lo demás, no hay necesidad de plantearse el problema de la correlación de los espacios para atacar el problema del puente: lo esencial es construir los puntos dentro del conjunto de datos sensoriales y dar luego la correspondencia con los puntos de la física.

Russell no expone el procedimiento de construcción de puntos sensibles. Remite para ello a las dos obras de Whitehead, *Principles of Natural Knowledge* y *The Concept of Nature* (donde la construcción de puntos se realiza de un modo general) y al libro de Nicod, *La géométrie dans le monde sensible*. Russell se limita a señalar que el procedimiento de Whitehead no presupone que los puntos hayan de ser entidades infinitesimales, como en la física, sino que basta que posean entre sí ciertas relaciones; esto es lo que hace al procedimiento de Whitehead adecuado para este problema. Más adelante veremos de qué manera Jean Nicod aplica el procedimiento de Whitehead a la construcción de puntos sensibles, que pueden integrarse, entonces, como entidades del sistema Russell.

II. — LA CONSTRUCCIÓN DEL TIEMPO EN EL SISTEMA RUSSELL ESTRICTO. SUS DIFICULTADES FORMALES

Russell propone dos modos distintos de construir los instantes. Uno de ellos (p. 127) es análogo al procedimiento de Whitehead para construir puntos. Las consecuencias deseables son muy inmediatas en él, pero requiere más supuestos adicionales dentro del Sistema Russell. El otro (pp. 123-126) es más afín con las consideraciones previas de Russell, aunque choca con dificultades formales, a mi entender, insuperables. A pesar de esto, será interesante ver exactamnte hasta dónde puede llegarse con los postulados del Sistema Russell estricto y en qué punto concreto falla la construcción de este autor. Con ello se arrojará también más luz sobre la estructura interna del sistema, de modo que nuestra formalización y precisión de la construcción russelliana

del tiempo no será totalmente en vano. En la tercera parte de este capítulo emprenderemos la construcción de puntos e instantes según los métodos, más potentes y rigurosos, de Whitehead y Nicod.

En la p. 121, Russell introduce como relaciones primitivas en su sistema las de *simultaneidad* y *anterioridad*. (En la reformulación que hemos presentado aquí ya han sido introducidas por Ax. 2.) Russell defiende una argumentación epistemológica con la que trata de sostener su opinión de que estas relaciones forman "realmente" parte de lo inmediatamente dado. La argumentación es ciertamente discutible, como acostumbra serlo siempre tal género de argumentos epistemológicos. Pero no es necesario que entremos ahora nosotros en su discusión. Basta con aceptar Ax. 2, que define el Sistema Russell, y ver que en la constitución de los instantes por el momento no hace falta reconocer más entidades de las admitidas y construidas hasta aquí.

Los instantes han de ser definidos a partir de las relaciones *Sim* y *Ant*, y por tanto a partir de los *sucesos*. (Ya sabemos que un suceso en el Sistema Russell es un dato sensorial en cuanto que elemento del campo de definición de dichas relaciones.)

Las condiciones de definición de los instantes

Para que la ordenación temporal esté bien construida, los elementos de la misma —los instantes a definir— habrán de cumplir las siguientes condiciones:

1) Habrán de constituir un *orden* respecto a la unión de las relaciones *Sim*, *Ant*; es decir, la relación $Sim \cup Ant$ habrá de ser una relación de orden respecto de las entidades a construir. (Lo que dice Russell literalmente es que "los instantes deben formar una serie" —p. 124—; parece que con ello Russell quería dar a entender que *Ant* había de ser asimétrica y transitiva, según la terminología de la época. Pero definir $Sim \cup Ant$ directamente como relación de orden en el sentido usual es mucho más explícito y adecuado. Por eso nos apartamos de la formulación que Russell da de las condiciones.) Como luego veremos en el momento de la construcción efectiva, no es posible definir una relación de orden entre los sucesos en el Sistema Russell,

debido a que, por la definición que da Russell de instantes y de anterioridad entre instantes, la antisimetría no siempre se verificará. Pero de momento olvidaremos este grave obstáculo y llevaremos a cabo todo lo que sea factible en el Sistema Russell.

2) La relación de orden $Sim \cup Ant$ ha de ser, además, relación de orden *total*. Esto equivale a establecer que la relación $Sim \cup Ant$ tenga la propiedad de *conectividad*. En general, una relación R es *conexa* si y sólo si dados dos elementos cualesquiera a, b , de su campo de definición, siempre aRb o bien bRa ; o sea, una relación es conexa si siempre se da entre dos elementos cualesquiera, en un sentido o en el otro. Si una relación de orden es además conexa, se dirá que es "de orden total". En el presente caso, $Sim \cup Ant$ será conexa si, dados dos sucesos cualesquiera, o bien son simultáneos (un instante al que pertenece el uno es idéntico a un instante al que pertenece el otro), o bien uno de ellos debe preceder totalmente al otro (un instante al que pertenece el uno es anterior a un instante al que pertenece el otro).

Russell no estipula como condición necesaria que la ordenación temporal sea total. Pero es manifiesto que hemos de estipular tal cosa, si queremos que el tiempo sea "lineal" y no "ramificado", de modo que, dados dos instantes cualesquiera, podamos saber siempre si uno es anterior al otro o el otro al uno.

3) Para cada suceso debe estar definido por lo menos un instante al que pertenezca. Es decir, cada suceso debe "ocurrir" en por lo menos un instante.

4) El conjunto de los instantes ha de ser *denso*. Russell dice "compacto" (p. 124), pero este uso del término es confunde, pues con él se expresa actualmente en el análisis matemático y en topología una condición bastante distinta de la que quiere formular Russell e incompatible con cualquier construcción que pretenda parecerse a lo que pre-sistemáticamente llamamos "sucesión de instantes". En el análisis, un conjunto es "compacto" si y sólo si es "cerrado" y "acotado";⁴ está claro que el conjunto de instantes, por lo menos, no debe ser acotado

4. Más detalles sobre estas nociones topológicas que fundamentan el análisis actual pueden encontrarse en cualquier manual sobre el tema; por ejemplo, en E. M. Patterson, *Topology*, capítulo II.

(con una cota o "límite" superior). En realidad, con la condición de "compactidad", a lo que se refiere Russell es a que "dados dos instantes cualesquiera, debe haber otros instantes entre ambos" (p. 124). La manera precisa de expresar esto en análisis y topología es por medio del concepto de "densidad". Este concepto se define de la siguiente manera:

Respecto de un conjunto cualquiera C dado, puede haber elementos (del mismo conjunto C o de otro) tales que todo entorno (topológico) de cada uno de esos elementos contenga elementos del conjunto. A esos elementos se les llama "puntos adherentes", y el conjunto de los mismos se llama "adherencia de C ".

Por otra parte, si en un conjunto se definen sucesiones de Cauchy (sucesiones de elementos tales que entre dos cualesquiera, por "próximos" que estén entre sí, siempre hay un tercero) y si todas esas sucesiones de Cauchy tienen un límite, entonces diremos que el conjunto dado es "completo".

Entonces, si la adherencia de C es un conjunto completo en este sentido, diremos que C es denso. Un típico conjunto denso (que no es completo) es el de los números racionales. Para el caso de los instantes, parece que es necesario que éstos sean contruidos de modo que formen un conjunto denso. (Los instantes podrían ser considerados como un modelo fenoménico de los números racionales.) Lo que no creo necesario (como parece suponer Russell) es que el conjunto de instantes sea, de buenas a primeras, completo, o sea, isomorfo a los números reales. El paso al "tiempo continuo" puede hacerse introduciendo más tarde "instantes ideales", del mismo modo como se han introducido cosas ideales, por medio de las perspectivas no-percibidas.

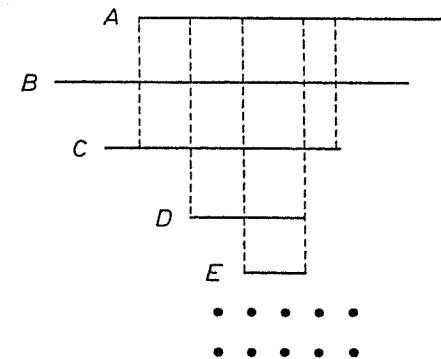
La condición de densidad para los instantes es bastante fuerte, aunque menos que la de completitud (o "continuidad"). Parece que esta cuarta condición, la de densidad, no es construible desde la parte ya constituida del Sistema Russell, y, por tanto, hay que introducirla axiomáticamente.

Veamos cómo se efectúa la construcción de los instantes de modo que cumplan las anteriores condiciones.

Los instantes como clases de equivalencia

Como la relación *Sim* no es transitiva (lo cual equivale psicológicamente a decir que el presente es "espeso"), los sucesos pueden ser parcialmente simultáneos, pero no exactamente. Psicológicamente —pre-sistemáticamente— un suceso A puede comenzar algo después de otro B , que termine algo antes que A , existiendo un lapso de tiempo intermedio en que ambos coinciden.

Ahora bien, para que nosotros pre-sistemáticamente podamos decir que este lapso existe, debemos poder comparar estos dos sucesos con un tercero C , que sea más breve que A y B , y que en toda su extensión coincida con parte de A y con parte de B . Habrá, pues, un tiempo psicológicamente muy breve, en que A , B y C coincidan. Pero supongamos que tenemos aún otro suceso D más breve que C y que también coincide —es simultáneo— con A , B , C . Y aún otro, E , más breve que D , que cumpla lo mismo, y así sucesivamente. En esquema



Tomemos la clase de todos estos sucesos. Es indiferente de momento para esta construcción decidir si esta clase ha de ser finita o infinita. Lo importante es que la hayamos construido como una clase de sucesos todos los cuales son (parcialmente) simultáneos entre sí, que excluye todo suceso que no sea (parcialmente) simultáneo con todos ellos y que incluye todo suceso que es (parcialmente) simultáneo con todos ellos.

Esta clase de sucesos será un instante. Nótese que decimos *clase* y no *intersección* de los sucesos considerados: tal intersección sería, a su vez, un suceso o parte de un suceso. Empezamos, pues, nuestra construcción con la definición formal de instante.

Def. 23: Sea un conjunto z de datos sensoriales o sucesos de subíndice k . A z lo llamaremos *instante* i_k de esos sucesos si todos los elementos de z y sólo éstos tienen la relación *Sim* entre sí:

$$i_k =_{\text{def}} \{z \mid (\bigwedge s_k s'_k \in z (s_k \text{ Sim } s'_k) \wedge \neg \forall s_i \notin z \bigwedge s_k \in z (s_i \text{ Sim } s_k))\}$$

Def. 24: El suceso s_i "se da (u ocurre) en el instante i_k " $\text{sys}_{\text{dat}} s_i \in i_k$.

En adelante, "i" con subíndices serán nombres de variables referidas a instantes.

Def. 25: Vamos a definir la anterioridad entre instantes. Para distinguirla de la anterioridad entre sucesos, la simbolizaremos por *Pre* y la llamaremos *precedencia*.

$$i_k \text{ Pre } i_l \leftrightarrow_{\text{def}} \forall s_k \in i_k \bigwedge \forall s_l \in i_l (s_k \text{ Ant } s_l)$$

Def. 26: Definimos la simultaneidad entre instantes, que llamaremos *contemporaneidad* (*Con*):

$$i_k \text{ Con } i_l \leftrightarrow_{\text{def}} i_k = i_l$$

Te. 7: Un suceso puede darse en varios instantes distintos. (Esto se desprende inmediatamente de que la relación *Sim* no es transitiva.)

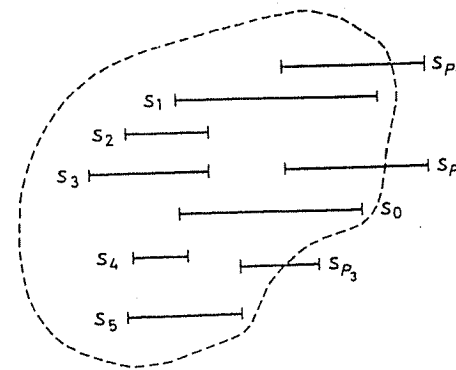
En efecto, supongamos $s_1 \text{ Sim } s_2$ y $s_1 \text{ Sim } s'_2$. s_1 y s_2 , por lo menos, constituyen un instante: $\{s_1, s_2, \dots\}$. Pero en esta clase puede no estar s'_2 , pues no tiene por qué ocurrir que $s_2 \text{ Sim } s'_2$, ya que *Sim* no es transitiva.

Def. 27: Vamos a definir lo que son los *contemporáneos iniciales* de un suceso dado, s_0 . Son los sucesos simultáneos con s_0 que no son simultáneos con ningún suceso posterior a un suceso simultáneo con s_0 . De todos los sucesos que son simultá-

neos con s_0 —los cuales no forman parte de un solo instante, en general, sino de varios—, algunos de ellos, que llamaremos s_p , son posteriores a algún suceso s_a que es, sin embargo, simultáneo con s_0 . Es decir, $s_a \text{ Ant } s_p$, aunque ambos cumplan $s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_p \text{ Sim } s_0$. Si excluimos estos s_p , tendremos la clase de los contemporáneos iniciales de s_0 , a la que designaremos por " ci/s_0 ".

$$ci/s_0 =_{\text{def}} \{s_i/s_i \text{ Sim } s_0 \wedge \neg \forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_i)\}$$

En esquema, supongamos que todos los simultáneos con s_0 son los siguientes sucesos:



La clase $\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ forma ci/s_0 , mientras que s_{p1}, s_{p2}, s_{p3} , quedan excluidos.

Te. 8: Dado s_0 y construido ci/s_0 , siempre ocurre que

$$s_0 \in ci/s_0$$

En efecto, s_0 cumple las dos condiciones que han de cumplir los elementos de ci/s_0 :

- 1.^a) $s_0 \text{ Sim } s_0$, pues *Sim* es reflexiva.
- 2.^a) $\neg \forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_0)$, pues *Sim* y *Ant* son mutuamente excluyentes (Ax. 2).

$$\text{Ax. 7: } \bigwedge s_p s_0 (\forall s_i (s_i \text{ Sim } s_0 \wedge s_i \text{ Ant } s_p) \rightarrow \forall s_j \in ci/s_0 (s_j \text{ Ant } s_p))$$

Este axioma estipula que si un suceso es posterior a un suceso simultáneo con un s_0 dado, entonces es también posterior a algún contemporáneo inicial de s_0 . Tal asunción es intuitiva y parece muy evidente; sin embargo, no se puede deducir de lo construido hasta aquí.⁵ Por otra parte, este axioma es necesario para demostrar que los contemporáneos iniciales de un suceso dado forman un instante. Esto se verá en la demostración de Te. 11.

Ax. 8: El conjunto $\{i_k\}$ para $k = 1, 2, 3, \dots$, es un conjunto denso.

Es decir,

$$\bigwedge i_k i_m (i_k \text{ Pre } i_m) \vee i_1 (i_k \text{ Pre } i_1 \wedge i_1 \text{ Pre } i_m)$$

Russell reconoce que este enunciado tiene que introducirlo *expresamente*, es decir, no argumenta su validez a partir de lo antes establecido. Se trata, según Russell, de una "cuestión empírica" (p. 125). Lo cual, sistemáticamente, equivale en este caso a introducirlo como axioma. Por lo que alcanzo a ver, no parece que este axioma conduzca a ninguna dificultad, ni que haya razones para sospechar que sea inconsistente con el resto de los axiomas del sistema. La condición 4) de definición de los instantes se satisface, pues, axiomáticamente. No tenemos que preocuparnos ya más por ella.

Veamos ahora si, con lo construido hasta aquí, se cumplen las tres restantes condiciones, es decir, las 1), 2) y 3) antes establecidas.

¿Es la ordenación temporal russelliana una verdadera relación de orden?

Las relaciones que han de constituir una ordenación de instantes no son ya *Sim* y *Ant*, sino *Con* y *Pre*, derivadas de ellas. Antes, para facilitar la comprensión del problema, habíamos dicho que *Sim* \cup *Ant* debía ser una relación de orden respecto de los instantes. Formalmente, esto es inexacto, pues *Sim* y *Ant*

5. Se podría deducir si hubiésemos estipulado al principio —cosa que Russell no hace— que DATA es finito.

son relaciones entre *sucesos*, que son *elementos* de instantes. Por lo tanto, las relaciones entre instantes deberán ser de un "tipo" superior a aquéllas, aunque, desde luego, las nuevas relaciones introducidas, *Con* y *Pre*, son estructuralmente análogas a *Sim* y *Ant*, respectivamente.

La relación que, respecto de los instantes, ha de satisfacer las condiciones 1) — 4) será, pues, la unión de relaciones *Con* \cup *Pre*.

La condición 4) ha sido ya explícitamente formulada en el Ax. 8 y, en consecuencia, no es necesario detenerse más en ella. Las otras tres condiciones serán, dentro del sistema, teoremas que habrá que demostrar. Veamos, primero, si *Con* \cup *Pre* es relación de orden. Veremos aquí que no.

Te. 9: *Con* \cup *Pre* es una relación reflexiva y transitiva.

Prueba:

Es reflexiva, puesto que

$\bigwedge i_k (i_k = i_k)$	por I
$i_k \text{ Con } i_k$	por Def. 26
$i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_k$	por ID y teoría de conjuntos

Es transitiva. Supongamos

$$i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_1 \wedge i_1 \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_m$$

$$i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_1 \rightarrow i_k = i_1 \vee \forall s_k \in i_k, s_1 \in i_1 (s_k \text{ Ant } s_1)$$

por Def. 26 y Def. 27

$$i_1 \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_m \rightarrow i_1 = i_m \vee \forall s'_1 \in i_1, s_m \in i_m (s'_1 \text{ Ant } s_m)$$

por id.

Si se cumple $i_k = i_1$ o $i_1 = i_m$, está ya demostrado que $i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_m$. Supongamos que esto no se cumple. De la conjunción de los consecuentes de los condicionales anteriores sacamos que

$s_1 \in i_1 \wedge s'_1 \in i_1$	
$s_1 \text{ Sim } s'_1$	por Def. 23

Por hipótesis tenemos que

$$i_k \neq i_m$$

De esto resulta

$$\begin{aligned} \forall s_k \in i_k, s_m \in i_m (\neg s_k \text{ Sim } s_m) & \text{ por Def. 23} \\ s_k \text{ Ant } s_m \vee s_m \text{ Ant } s_k & \text{ por Ax. 2} \end{aligned}$$

Supongamos

$$\begin{aligned} s_k \text{ Ant } s_m \\ \forall s_k \in i_k, s_m \in i_m (s_k \text{ Ant } s_m) & \text{ por IP} \\ i_k \text{ Pre } i_m & \text{ por Def. 25} \\ i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_m & \text{ por ID} \end{aligned}$$

con lo cual quedaría demostrada la transitividad.

Supongamos $s_m \text{ Ant } s_k$. Veamos que esto no es posible. Más arriba teníamos lo siguiente:

$$\begin{aligned} s_k \text{ Ant } s_1, \quad s_1 \text{ Sim } s'_1, \quad s'_1 \text{ Ant } s_m \\ s_1 \text{ Sim } s_m \vee s_1 \text{ Ant } s_m \vee s_m \text{ Ant } s_1 & \text{ por Ax. 2} \end{aligned}$$

$s_m \text{ Ant } s_1$ queda excluido porque tenemos $s'_1 \text{ Ant } s_m$ y, como *Ant* es transitiva, de ello resultaría $s'_1 \text{ Ant } s_1$ y, por tanto, por ser *Ant* y *Sim* mutuamente excluyentes, tendríamos $\neg s'_1 \text{ Sim } s_1$ contra lo supuesto.

$s_1 \text{ Ant } s_m$ queda excluido, pues, por la transitividad de *Ant*, obtendríamos $s_k \text{ Ant } s_m$; pero hemos supuesto $s_m \text{ Ant } s_k$ y *Ant* es antisimétrica y s_k, s_m son sucesos distintos.

Luego sólo es posible la alternativa $s_1 \text{ Sim } s_m$.

Pero de la conjunción $s_m \text{ Ant } s_k \wedge s_k \text{ Ant } s_1$ se desprende, por ser *Ant* transitiva, $s_m \text{ Ant } s_1$. Como *Sim* y *Ant* son mutuamente excluyentes, se llega a una contradicción.

q.e.d.

Veamos ahora que, contra lo que a primera vista pueda parecer y contra lo que Russell creía, la relación *Con* \cup *Pre* no es antisimétrica y, por tanto, no es una *relación de orden*, ni los instantes constituyen una serie en el sentido de Russell. Éste es

un grave golpe para el sistema. La dificultad seguramente es insuperable dadas las definiciones y construcciones más básicas de aquél.

Para que la relación *Con* \cup *Pre* fuera antisimétrica debería ocurrir que si se cumple

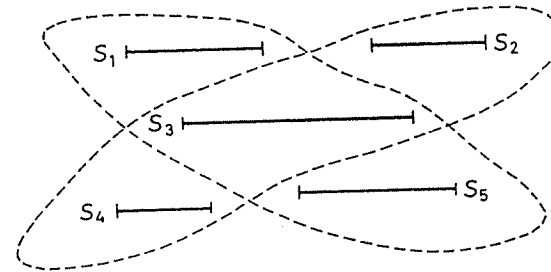
$$\wedge i_k i_1 (i_k \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_1 \wedge i_1 \text{ Con } \cup \text{ Pre } i_k),$$

entonces resultase $i_k = i_1$.

(Es decir, que si un instante es precedente a otro y este segundo es precedente al primero, ambos son iguales.) Esto parece ser una asunción intuitiva y natural dentro del sistema, pero no sólo no se puede demostrar dentro de éste, sino que se puede probar que tal asunción es falsa dadas las definiciones de instantes, precedencia, etc. Para probarlo, basta encontrar un modelo sencillo que sea una interpretación de la negación de la antisimetría.

Este modelo es el siguiente:

Sean los sucesos s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 , dispuestos de la siguiente forma:



$\{s_1, s_3, s_5\}$ y $\{s_2, s_3, s_4\}$ constituyen sendos instantes, pues cumplen la Def. 23. Por otra parte,

$$\begin{aligned} \{s_1, s_3, s_5\} & \text{ precede a } \{s_2, s_3, s_4\}, \text{ pues } s_1 \text{ Ant } s_2. \\ \{s_2, s_3, s_4\} & \text{ precede a } \{s_1, s_3, s_5\}, \text{ pues } s_4 \text{ Ant } s_5. \end{aligned}$$

Y, sin embargo, es evidente que $\{s_1, s_3, s_5\} \neq \{s_2, s_3, s_4\}$.

Esta dificultad proviene, en último término, del carácter "es-

peso" que tiene el presente en el Sistema Russell; mejor dicho, proviene de que Russell quiere dar cuenta en su sistema del hecho psicológico de que el presente aparece como "espeso". Por ello creo que la dificultad es de fundamentos. Si quisiéramos seguir estipulando que la ordenación temporal ha de ser una relación de orden, probablemente deberíamos abandonar la mayor parte del Sistema Russell.

Existe otra posibilidad. Y es la de abandonar la pretensión de que la relación *Con U Pre* cumpla la antisimetría, pero conservando esta relación como reflejo de la "verdadera" organización temporal de los datos sensoriales; es decir, sería una *cuasi-ordenación temporal*, puesto que cumpliría la reflexividad, la transitividad y las otras tres condiciones que consideramos necesarias para una ordenación temporal adecuada. Que esta nueva consideración implique o no otros obstáculos insuperables al pasar al tiempo de la física es un problema demasiado arduo para ser atacado aquí.

El tiempo russelliano es conexo y unívocamente determinado

Las condiciones 2) y 3), al revés de la 1), se cumplen perfectamente dentro del Sistema Russell.

Te. 10: Con U Pre es una relación conexa:

$$\wedge i_k i_1 (i_k \text{ Con U Pre } i_1 \vee i_1 \text{ Con U Pre } i_k)$$

Prueba: Si $i_k = i_1$, entonces, por Def. 27, $i_k \text{ Con } i_1$, y por tanto, $i_k \text{ Con U Pre } i_1$.

Si $i_k \neq i_1$, por Def. 24, resulta

$$\begin{aligned} & \forall s_k \in i_k, s_1 \in i_1 (\neg s_k \text{ Sim } s_1) \\ & \forall s_k \in i_k, s_1 \in i_1 (s_k \text{ Ant } s_1 \vee s_1 \text{ Ant } s_k) \text{ por Ax. 2} \\ & \quad i_k \text{ Pre } i_1 \vee i_1 \text{ Pre } i_k \text{ por Def. 25} \\ & \quad i_k \text{ Con U Pre } i_1 \vee i_1 \text{ Con U Pre } i_k \text{ por ID} \end{aligned}$$

q.e.d.

Por lo tanto, si *Con U Pre* hubiese sido antisimétrica, habría sido además una relación de orden total. Lo que podemos decir, pues, es que en esta cuasi-ordenación temporal dada por *Con U Pre* no hay "ramificaciones".

Te. 11: Para cada s_0 , $^{ci}/_{s_0}$ constituye un instante:

$$\wedge s_0 \forall i_0 (^{ci}/_{s_0} = i_0)$$

Prueba: Haremos la demostración por reducción al absurdo. Supongamos que $^{ci}/_{s_0}$ no fuera un instante. Esto equivale a afirmar que el conjunto $^{ci}/_{s_0}$ no cumple alguna de las dos condiciones conjuntas que forman el *definiens* de la Def. 23:

$$\begin{aligned} & \neg \wedge s_k s'_k \in ^{ci}/_{s_0} (s_k \text{ Sim } s'_k) \vee \\ & \vee \forall s_i \notin ^{ci}/_{s_0} \wedge s_k \in ^{ci}/_{s_0} (s_i \text{ Sim } s_k) \end{aligned}$$

Veamos que ambas alternativas nos llevan a contradicción, con lo cual quedará probado que la disyunción total lleva a contradicción.

- | | | | |
|-----|----|---|---|
| 1.º | 1 | Supongamos | |
| | | $\neg \wedge s_k s'_k \in ^{ci}/_{s_0} (s_k \text{ Sim } s'_k)$ | |
| | 2 | $\forall s_k s'_k \in ^{ci}/_{s_0} (\neg s_k \text{ Sim } s'_k)$ | por NG |
| | 3 | $\neg s_1 \text{ Sim } s'_1$ | por EP |
| | 4 | $s_1 \text{ Ant } s'_1 \vee s'_1 \text{ Ant } s_1$ | por Ax. 2 |
| | 5 | Por otra parte tenemos, por hipótesis | |
| | | $s_1 \in ^{ci}/_{s_0} \wedge s'_1 \in ^{ci}/_{s_0}$ | |
| | 6 | $s_1 \text{ Sim } s_0 \wedge s'_1 \text{ Sim } s_0$ | por Def. 27 |
| | 7 | $\neg \forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_1)$ | por $s_1 \in ^{ci}/_{s_0}$,
Def. 27 |
| | 8 | $\wedge s_a (\neg s_a \text{ Sim } s_0 \vee \neg s_a \text{ Ant } s_1)$ | por NP y NC |
| | 9 | $\neg s'_1 \text{ Sim } s_0 \vee \neg s'_1 \text{ Ant } s_1$ | por EG |
| | 10 | $\neg s'_1 \text{ Ant } s_1$ | por $s'_1 \text{ Sim } s_0$
en 6 |
| | 11 | $s_1 \text{ Ant } s'_1$ | por ED en 4 |

12	$\neg \forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s'_1)$	por $s'_1 \in \text{ci}/s_0$, Def. 27
13	$\wedge s_a (\neg s_a \text{ Sim } s_0 \vee \neg s_a \text{ Ant } s'_1)$	por NP y NC
14	$\neg s_1 \text{ Sim } s_0 \vee \neg s_1 \text{ Ant } s'_1$	por EG
15	$\neg s_1 \text{ Ant } s'_1$	por $s_1 \text{ Sim } s_0$ en 6 y ED
16	$s_1 \text{ Ant } s'_1 !$	por 11 q.e.d.

Luego la primera alternativa es contradictoria. Veamos ahora la segunda.

2.º) 1 Supongamos

	$\forall s_i \notin \text{ci}/s_0 \wedge s_k \in \text{ci}/s_0 (s_i \text{ Sim } s_k)$	
2	$\wedge s_k \in \text{ci}/s_0 (s_x \text{ Sim } s_k) \wedge s_x \notin \text{ci}/s_0$	por EP
3	$s_x \notin \text{ci}/s_0$	por EC

Por Def. 27, esto sólo puede ocurrir si se niega alguna de las condiciones de ci/s_0 :

4	$\neg s_x \text{ Sim } s_0 \vee \forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_x)$	
5	$\wedge s_k \in \text{ci}/s_0 (s_x \text{ Sim } s_k)$	por EC en 2
6	$s_x \text{ Sim } s_0$	por EG y Te 8
7	$\forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_x)$	por ED en 4
8	$\wedge s_p s_0 (\forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_p) \rightarrow$ $\rightarrow \forall s_j \in \text{ci}/s_0 (s_j \text{ Ant } s_p))$	Ax. 7
9	$\forall s_a (s_a \text{ Sim } s_0 \wedge s_a \text{ Ant } s_x) \rightarrow$ $\rightarrow \forall s_j \in \text{ci}/s_0 (s_j \text{ Ant } s_x)$	EG
10	$\forall s_j \in \text{ci}/s_0 (s_j \text{ Ant } s_x)$	por MP en 7 y 9
11	$s_1 \text{ Ant } s_x$	por EP
12	$s_1 \text{ Sim } s_x$	por EG en 5
13	$\neg s_1 \text{ Sim } s_x !$	por Ax. 2 en 11 q.e.d.

Así, pues, también la segunda alternativa es contradictoria y, por tanto, queda probado el teorema.

Con este teorema hemos probado que el conjunto de sucesos que son contemporáneos iniciales de uno dado constituye un instante. Con lo cual también hemos demostrado que cada suceso s_0 se da por lo menos en un instante: ci/s_0 (esta clase siempre se puede construir si admitimos que la Def. 27 es buena y siempre es no-vacía, puesto que está formada por lo menos por s_0 , por Te. 8). A ci/s_0 lo podemos llamar el *instante inicial* en que comienza el suceso. Queda satisfecha así, pues, la condición 3) que requeríamos para los instantes.

Recapitulación

Hemos visto cómo, con el procedimiento de Russell, pueden construirse en su sistema unas entidades que, en principio, corresponderían a lo que pre-sistemáticamente consideramos que han de ser los instantes. De las cuatro condiciones que postulamos para los instantes pre-sistemáticos, hemos visto que la primera sólo puede ser satisfecha parcialmente. La serie de instantes sistemáticos no puede constituirse como relación de orden. Sin embargo, la cuasi-ordenación temporal construida es reflexiva y transitiva, cumple las condiciones 2) y 3), como hemos demostrado, y la 4) puede estipularse axiomáticamente, al parecer sin contradicción. No parece que el procedimiento russelliano pueda dar más de sí. Pero es relativamente un procedimiento muy potente dentro del Sistema Russell estricto, ya que llega a construir esta cuasi-ordenación temporal a partir casi enteramente de lo antes constituido, con la única estipulación adicional de la "densidad" (condición 4)).

La dificultad del carácter no-antisimétrico de la relación temporal entre instantes puede obviarse introduciendo una nueva relación general, no construible a partir de los anteriores conceptos del sistema (o sea, una relación sistemáticamente primitiva) y que cumpla axiomáticamente la antisimetría junto con otras propiedades. Esto significa ampliar considerablemente la base del Sistema Russell, y, por tanto, hacerla menos potente. La ventaja de ello, a cambio, es que éste es un modo directo y relativamente cómodo de construir los instantes cumpliendo las cua-

tro condiciones antes especificadas; y no sólo los instantes, sino también los puntos geométrico-físicos.

Más arriba hemos dado un breve esbozo de la problemática de los puntos espaciales. Hemos apuntado que los puntos geométrico-físicos en el sistema estricto de Russell podrían quizá derivarse de puntos sensibles, a su vez contruidos a partir de la relación *S*. Pero no indagaremos aquí estas posibilidades, porque sin duda nos llevarían por caminos largos y problemáticos.

Por el contrario, el nuevo método de construcción de instantes, aunque en cierto modo escapa a las líneas generales del Sistema Russell, nos dará la pauta también para la construcción de puntos. Se trata del procedimiento que Whitehead, su inventor, llamó el *método de la abstracción extensiva*. En la p. 127 de *External World*, Russell hace un rápido esbozo del modo como construiría él los instantes según un procedimiento paralelo al de Whitehead.

En lo que sigue expondremos el método general whiteheadiano de la abstracción extensiva, que sirve tanto para la construcción de instantes, como de puntos, líneas y superficies. Es un procedimiento de bastante complejidad, y su desarrollo completo aparece en las dos obras de Whitehead: *Principles of Natural Knowledge* ("Principios del conocimiento natural") (1919) y *The Concept of Nature* ("El concepto de naturaleza") (1920). Este método fue adaptado de forma perfeccionada y más precisa por Jean Nicod a la construcción de puntos geométrico-sensibles a partir de los datos sensoriales. El método perfeccionado de Nicod, que aparece en su libro *La géométrie dans le monde sensible*, es el que expondremos al final de la tercera parte de este capítulo.

Es por esta ampliación del presente sistema fenomenalista, que hemos rotulado éste al principio "Sistema Russell-(Whitehead-Nicod)".

III. — LA ABSTRACCIÓN EXTENSIVA DE INSTANTES Y PUNTOS

Algo sobre el sistema de Whitehead

Creo poder valorar el método constructivo de la abstracción extensiva como una de las grandes consecuciones en la investigación de fundamentos del conocimiento, o en lo que Russell llama "el método científico en filosofía". Una de las razones de su gran aplicabilidad es, quizá, que es independiente de las concepciones epistemológicas o metafísicas previas que suelen asociarse al tratamiento de los problemas de fundamentos. A pesar de que las dos obras mencionadas en la p. 70 de Whitehead están fuertemente teñidas de tal tipo de concepciones, el método de la abstracción extensiva en ellas desarrollado puede desgajarse sin más y aplicarse a las construcciones de otro autor, como Russell, cuya metafísica, como es sabido, difiere bastante de la de Whitehead. Con todo, quizá sea necesario decir dos palabras acerca del punto de vista filosófico y metodológico general que forma el marco de dicho procedimiento constructivo.

La filosofía de Whitehead en *Principles of Natural Knowledge* y *The Concept of Nature* está a medio camino entre el logicismo de los *Principia Mathematica* y la metafísica vitalista y más o menos mística de su pensamiento a partir de *Process and Reality*. Ya por la época de la invención de su método de la abstracción extensiva, había sufrido Whitehead el impacto del *élan vital* de Bergson y de las reflexiones filosóficas de poetas como Wordsworth, y estas influencias se notan constantemente en los pasajes menos técnicos de las dos obras citadas.

La experiencia singular de la naturaleza como proceso ("the passage of nature"), la percepción de la naturaleza como todo en cada momento es, para Whitehead, el elemento primordial de su concepción del mundo. Esta característica holista de su base filosófica es la que le separa más netamente de la filosofía pluralista de Russell.

Existe otro sentido en el que difiere el intento de Whitehead en esas dos obras del de Russell en *External World*. El de Whitehead no es un sistema fenomenalista. Su objetivo no es construir todos los conceptos científicos a partir de una base fenoménica,

ni en realidad, una base de ningún tipo. Por el contrario, Whitehead supone ya dados y entendidos los principales conceptos de las ciencias empíricas. Lo único que pretende es simplificar las nociones de *espacio* y *tiempo* en la física, haciéndolas compatibles con las nuevas concepciones relativistas desde Einstein y Minkowski, pero evitando y sustituyendo ciertos presupuestos filosóficos y metodológicos de estos científicos, que le parecen inadecuados.

La simplificación de espacio y tiempo la consigue Whitehead constituyéndolos a partir del concepto unitario de *suceso*. El término "suceso" no tiene un significado estrictamente idéntico al que le da Russell a veces en *External World*, como sinónimo de dato sensorial. Whitehead no se pronuncia sobre el contenido de un suceso; para él son solamente los *relata* de la relación "extensión" (*Natural Knowledge*, p. 61). Pero esta relación tanto puede servir para una base fenomenalista como fisicalista. Por el hecho de su aplicabilidad a un sistema fenomenalista es por lo que aquí tratamos de la construcción whiteheadiana de espacio y tiempo. Pero debe quedar claro que la problemática que ataca Whitehead no es la de un sistema fenomenalista. Para empezar, Whitehead no se plantea siquiera el problema del puente. Todo lo que él trata está, por así decir, "al otro lado del puente". Algo parecido dice en el Prólogo a *Natural Knowledge*:

"La discusión de la deducción de conceptos científicos a partir de los elementos más simples de nuestro conocimiento perceptivo nos conduce directamente a una teoría filosófica. Berkeley, Hume, Kant, Mill, Huxley, Bertrand Russell y Bergson, entre otros, han iniciado y mantenido discusiones relevantes. Pero esta investigación —la de Whitehead— se ve afectada sólo por un aspecto del debate filosófico. Nos concierne solamente la naturaleza, esto es, el objeto de conocimiento perceptivo, y no la síntesis del cognoscente con lo conocido" (p. vii).

Tratar con detalle el sistema de Whitehead, por interesante que sea como sistematización de la física, sería salirse del marco del presente trabajo. Ahora bien, si se incluye su relación de "extensión" como relación primitiva en el Sistema Russell y se entienden los "sucesos" de Whitehead como los "sucesos" de Russell (es decir, como datos sensoriales), entonces la abs-

tracción extensiva de puntos e instantes puede considerarse como un aspecto de un sistema fenomenalista global, el de Russell(-Whitehead-Nicod).

Hay, por otra parte, en el sistema de Whitehead, una serie de conceptos básicos que es directo entender "de manera fenomenalista", una vez se los ha despojado de ciertas connotaciones místicas o poéticas de que a veces gozan. Así, por ejemplo, el concepto de *duración*, al que Whitehead da mucho peso. La duración es un suceso en cierto sentido infinito, pues abarca la naturaleza entera en un determinado lapso de tiempo: el de todos los sucesos simultáneos entre sí. La duración es "espesa" como el presente de Russell. Tal como la expone Whitehead, no es propiamente un concepto fenoménico, pues en la duración entra ya todo lo que realmente existe en el universo según la física. Con todo, es de notar que el carácter fundamental de la duración respecto de los demás sucesos que "se dan" en ella y su infinitud espacial (abrazca la naturaleza entera), que la semejan a una especie de inmenso saco sin paredes, guardan cierta analogía con las *vivencias* de Carnap.

Asimismo, Whitehead parte también de la consideración del conocimiento como fundamentado en la *percepción sensorial*. Para emprender su construcción, distingue, ante todo, entre la percepción sensorial en general y la *atención sensorial* ("sense-awareness"), que es una forma especial de la primera (*Concept of Nature*, cap. I). Es esta última la que le interesa, pues sólo contiene elementos "objetivos" o "naturales". En realidad, Whitehead utiliza "sense-awareness" (que aquí traducimos por "atención sensorial", a falta de término mejor), como término técnico que significa: percepción sensorial sin el elemento reflexivo en que consiste la percepción de que uno está percibiendo, o el pensamiento de que uno está pensando sobre el mundo exterior.

Los objetos de la atención sensorial son los sucesos. Éstos no son puntuales, y hay más sucesos que distintos nombres para ellos. Parece que Whitehead acepta incluso la posibilidad de una infinitud de sucesos en un acto de atención sensorial. Esta premisa, psicológicamente muy discutible, es necesaria para la aplicabilidad de su método de la abstracción extensiva. No obstante, para hacer justicia a Whitehead y hacer más "sensata" esta premisa, debemos tener en cuenta que Whitehead establece una

distinción entre los elementos admisibles en una aprehensión de la atención sensorial: hay los elementos "discernidos" y los "discernibles" (*Concept of Nature*, p. 49). Los elementos discernidos son los directamente percibidos "en sí mismos". Los discernibles, en cambio, son conocidos sólo por ser términos de relaciones en que entran ciertos discernidos. Pero tanto discernibles como discernidos deben ser admitidos como sucesos.

De todos modos, la anterior descripción de los sucesos como objetos de atención sensorial no es preciso que nos ocupe demasiado. Desde el punto de vista sistemático de la abstracción extensiva, que es el que aquí interesa para el Sistema Russell, lo único que se introduce como noción primitiva es la de *extensión* ("extenderse un suceso sobre otro"). Los sucesos son entonces simplemente, por definición, los términos de esta relación:

"Los sucesos son el campo de una relación diádica, a saber, la relación de extensión... Los sucesos son las cosas relacionadas por la relación de extensión" (*Concept of Nature*, p. 75).

El método de la abstracción extensiva en general

Este procedimiento constructivo aparece en lenguaje formal en la parte tercera de *Principles of Natural Knowledge* (especialmente en los tres primeros capítulos) y en lenguaje discursivo en el capítulo IV de *The Concept of Nature*. Hay alguna divergencia de detalle en las construcciones de ambas obras (algunas de las cuales indicaremos aquí), pero en general las definiciones son las mismas.

Primero expondremos las construcciones extensivas con toda generalidad y veremos luego que se desprende, como caso particular inmediato, la definición de instantes. Nuestra exposición será más simplificada y breve que la de Whitehead, pero más detallada de lo que sería estrictamente preciso para los objetivos presentes. Esperamos que así se comprenda mejor la potencia y utilidad del método de Whitehead. También hemos modificado en algunos casos las definiciones o la terminología, para mayor claridad formal.

La construcción de los puntos geométrico-físicos es otro caso particular (en el otro extremo de las construcciones posibles) del

método general. Pero en este caso utilizaremos las definiciones de Nicod, que son una simplificación y perfeccionamiento del procedimiento whiteheadiano, mucho más complejo (porque está destinado a aplicarse en la teoría de la relatividad).

La relación de *extensión*, que designaremos por E , debería ser introducida como primitiva en la base B de Russell. Es una relación diádica. Los términos de E , o sea, los elementos de los pares que constituyen E , son elementos de una única clase de "cosas" a las que llamamos *sucesos*. Dentro del Sistema Russell, estos sucesos corresponderían a los elementos de las perspectivas, tanto percibidas como no-percibidas. Dados los sucesos $s_1, s_2, s_1 E s_2$ se lee " s_1 se extiende sobre s_2 ". Se desprende de las ideas de Whitehead que un suceso puede extenderse sobre un número finito o infinito de otros sucesos. Para abreviar, en el primer caso diremos que el suceso es finito y en el segundo que es infinito. (Veremos que las duraciones son sucesos infinitos.)

E debe satisfacer los siguientes axiomas. (Para Whitehead son "teoremas naturales", pero está claro que, sistemáticamente, no pueden ser demostrados):

Ax. 1: E es relación de orden (o sea, es reflexiva, antisimétrica y transitiva).

Ax. 2: E no tiene ni máximo ni mínimo elemento. O sea,

$$\bigwedge s_i (\bigvee s_p \neq s_i (s_p E s_i) \wedge \bigvee s_f \neq s_i (s_i E s_f))$$

Ax. 3: $\bigwedge s_i s_j (s_i < \infty \wedge s_j < \infty \rightarrow \bigvee s_k (s_k E s_i \wedge s_k E s_j))$

(Dados dos sucesos finitos, siempre hay otro que se extiende sobre ambos.)

Ax. 4: $s_i E s_k \rightarrow \bigvee s_j (s_i E s_j \wedge s_j E s_k)$

(Este axioma no se menciona en *Concept of Nature*, pero sí en *Principles of Natural Knowledge*, y es necesario para llevar a cabo la abstracción extensiva.)

A Whitehead le interesa definir la inversa de E , a la que llamará *ser parte de*, P :

Def. 1: $s_1 P s_2 \leftrightarrow_{\text{df}} s_2 E s_1$

Dados dos sucesos, uno puede extenderse sobre el otro (o ser parte del otro), o bien pueden estar "separados relativamente" (SR), cuando ambos se extienden sobre un mismo suceso, aunque no el uno sobre el otro, o bien, en fin, estar "separados absolutamente" (SA) si no existe ningún suceso intermedio sobre el que ambos se extiendan.

Def. 2:

$$s_1 SR s_2 \leftrightarrow_{\text{df}} \neg s_1 E s_2 \wedge \neg s_2 E s_1 \wedge \forall s_3 (s_1 E s_3 \wedge s_2 E s_3)$$

Def. 3:

$$s_1 SA s_2 \leftrightarrow_{\text{df}} \neg s_1 E s_2 \wedge \neg s_2 E s_1 \wedge \neg \forall s_3 (s_1 E s_3 \wedge s_2 E s_3)$$

Todos los sucesos entran, por su noción misma, en el campo de definición de E . Las relaciones E , P , SR, SA agotan todas las posibilidades de relaciones que se pueden dar entre sucesos. Luego,

$$\wedge s_i s_j (s_i E s_j \vee s_i P s_j \vee s_i SR s_j \vee s_i SA s_j)$$

Diremos que dos sucesos están *separados* sin más (*Sep*), cuando lo estén relativa o absolutamente.

Def. 4: $s_1 Sep s_2 \leftrightarrow_{\text{df}} s_1 SR s_2 \vee s_1 SA s_2$

Una relación construida a partir de las anteriores es la "unión" U de sucesos. (Whitehead la llama *junction*, pero resulta claro de la definición que se refiere al análogo exacto de la unión conjuntista.)

Def. 5: $s_1 U s_2 \leftrightarrow_{\text{df}} \forall s_3 (s_1 P s_3 \wedge s_2 P s_3 \wedge \neg \forall s_x (s_x P s_3 \wedge s_x Sep s_1 \wedge s_x Sep s_2))$

Pasemos ahora al concepto central en la abstracción extensiva de *clase abstractiva de sucesos*, *clase-abs*.

Def. 6: El conjunto A de sucesos, $A = \{s_1, \dots, s_n, \dots\}$ es una *clase-abs* $syss_{\text{df}}$

- 1) $\wedge s_i s_j \in A (s_i P s_j \vee s_j P s_i)$
- 2) $\neg \forall s_x \wedge s_i \in A (s_x P s_i)$

La condición de Def. 2 estipula que no hay un mínimo elemento en una *clase-abs*, y por tanto, que ésta contiene infinitos sucesos, cada uno de ellos "enchufado" dentro de otro. Esta condición repugna, sin duda, al fenomenalismo estricto, es decir, finitista; pero a Whitehead lo que le interesa es reconstruir el espacio y el tiempo de la geometría física y, para ello, tal condición es necesaria.

Def. 7: Sea A una *clase-abs* y s un suceso.

A es *inherente a* s $syss_{\text{df}} \forall s' \in A (s' P s)$

En particular, toda *clase-abs* es inherente a los sucesos que la forman.

Entre las *clases-abs* puede darse la relación de "cubrirse" una a otra (*Cu*). Sean A y B dos *clases-abs*.

Def. 8: $A Cu B \leftrightarrow_{\text{df}} \wedge s_a \in A \forall s_b \in B (s_a E s_b)$

Debido a la propiedad transitiva de E , s_a también se extenderá, además de sobre s_b , sobre todos los sucesos "menores" que s_b en B , o sea, todos los que son parte de s_b . B es inherente a s_a . (Desde luego, también A es inherente a s_a .)

Te. 1: *Cu* es transitiva:

$$A Cu B \wedge B Cu C \rightarrow A Cu C$$

En efecto, por ser E transitiva, es inmediato que

$$\wedge s_a \forall s_b (s_a E s_b) \wedge \wedge s_b \forall s_c (s_b E s_c) \rightarrow \wedge s_a \forall s_c (s_a E s_c)$$

La relación Cu nos permite definir la "igualdad (abstractiva)", $I\text{Abs}$, entre clases abstractivas.

$$\text{Def. 9: } A I\text{Abs } B \leftrightarrow_{\text{at}} A Cu B \wedge B Cu A$$

Diremos que A es "abstractivamente igual" a B .

Llegamos, por fin, a la definición de *elemento abstractivo*, concepto del que se han de derivar, como casos particulares, los instantes y puntos.

Def. 10: Sea A una *clase-abs*. Definimos "elemento abstractivo de la clase A ", E_A , así:

$$E_A =_{\text{at}} \{A_i/A_i I\text{Abs } A\}$$

Un elemento abstractivo es, pues, el conjunto de una serie de *clases-abs* todas las cuales se cubren unas a otras, o sea, de *clases-abs* formadas por sucesos, algunos de los cuales se extienden sobre algunos de los sucesos de todas las demás *clases-abs*.

Esta es la definición de elemento abstractivo que da Whitehead en *Concept of Nature*. En *Natural Knowledge*, la definición es distinta y no-equivalente, como luego veremos. Pero la definición que aquí hemos adoptado es la que se puede conseguir más simple y directamente.

Te. 2: Sean dos elementos abstractivos E_1, E_2 :

$$\forall A_1 \in E_1, \forall A_2 \in E_2 (A_1 Cu A_2) \rightarrow \wedge A_i \in E_1, \wedge A_j \in E_2 (A_i Cu A_j)$$

Prueba: Supongamos que no fuera cierto. O sea,

$$\forall A_i \in E_1, \forall A_j \in E_2 (\neg A_i Cu A_j)$$

Por Def. 9, de $A_i \in E_1$ resulta

$$\begin{array}{ll} A_i I\text{Abs } A_i & \\ A_i Cu A_1 & \text{por Def. 8} \\ A_1 Cu A_2 & \text{por hipótesis} \\ (1) \quad A_i Cu A_2 & \text{por Te. 1} \end{array}$$

Por otro lado, por Def. 9, de $A_j \in E_2$, resulta

$$\begin{array}{ll} A_j I\text{Abs } A_2 & \\ (2) \quad A_2 Cu A_j & \text{por Def. 8} \\ A_i Cu A_2 \wedge A_2 Cu A_j & \text{por IC en (1) y (2)} \\ A_i Cu A_j & \text{por Te. 1 y MP} \\ \neg A_i Cu A_j ! & \text{por hipótesis} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Tenemos, pues, que si una *clase-abs* de un *clem-abs* cubre una *clase-abs* de otro *elem-abs*, todas las *clases-abs* del primero cubren a todas las del segundo. En tal caso, extenderemos la aplicación del término "cubrir" y diremos que el primer *elem-abs* cubre al segundo.

Las *clases-abs* pueden cubrirse mutuamente (son abstractivamente iguales) sin ser idénticas. Esto no ocurre en el caso de los *elem-abs*. Un E_i sólo puede ser abstractivamente igual a sí mismo. Se dice que un *elem-abs* tiene una "potencia abstractiva única" (*Concept of Nature*, p. 84). Esta característica de univocidad de los *elem-abs* es especialmente interesante precisamente para su consideración como elementos últimos de ciertas estructuras formales como son el espacio y el tiempo. En efecto, los elementos o "átomos" del espacio y del tiempo habrán de ser considerados como tipos especiales de *elem-abs*.

Primos y anti-primos

Para definir unívocamente instantes y puntos geométrico-físicos a partir de los *elem-abs*, hay que introducir previamente dos nuevas nociones: la de *primos* y la de *anti-primos* ("primes", "anti-primes").

Def. 11: Sea k una condición que hayan de cumplir ciertas *clases-abs*. Sea A una *clase-abs*. A es k -primo syss_{at}

- 1) A cumple k (Escribiremos $k(A)$).
- 2) $\wedge A_i (A Cu A_i \wedge k(A_i) \rightarrow A_i Cu A)$

A cada *clase-abs* que sea k -primo le corresponde una *clase-abs* k -antiprimo:

Def. 12: A' es k -antiprimo syss_{ar}

- 1) $k(A')$
- 2) $\bigwedge A_j (A_j \text{ Cu } A' \wedge k(A_j) \rightarrow A' \text{ Cu } A_j)$

Aunque Whitehead no lo explica claramente, el sentido intuitivo de estas nociones es, según creo, el siguiente. Un k -primo representa, por así decir, un "mínimo" respecto a las *clases-abs* que cumplen una condición especificada k ; mientras que un k -antiprimo representa un "máximo" de los que satisfacen k . Las *clases-abs* k -primos son aquellas que no cubren nada que a ellas no las cubra también (dentro del campo de la condición k), aunque pueden ser cubiertas por otras *clases-abs* que ellas no cubren. Por esto, en cierto sentido, podemos decir que los *elem-abs* constituidos por k -primos (y en tal caso estarán constituidos sólo por k -primos) serán también "mínimos" respecto de otros *elem-abs*. Intuitivamente se puede adivinar ya que estos *elem-abs* mínimos, con una k adecuadamente definida, corresponderán a los puntos geométricos euclídeos, que según los *Elementos* de Euclides, son "sin partes y sin magnitud". Los puntos, en cuanto elementos constituidos por ciertos k -primos, son los elementos de máxima "simplicidad" en el sistema de Whitehead (*Natural Knowledge*, p. 109).

Por el contrario, las *clases-abs* que son k -antiprimos cubren todo lo que las cubre, pero no al revés. El *elem-abs* que constituyen será el máximo en el sentido de que cubrirá todo elemento que le cubra a él (en el campo de la condición k). Antes de constituir los instantes, podemos ya avanzar que las "duraciones" son los elementos de *clases-abs* de este tipo.

A los *elem-abs* formados por k -primos los llama Whitehead en *Natural Knowledge* (p. 108) "elementos abstractivos finitos", mientras que los formados por k -antiprimos son "elementos abstractivos infinitos". Que a estos últimos los llame "infinitos" proviene de que los asocia con las duraciones que, como ya hemos visto al principio, Whitehead concibe como supersucesos espacialmente infinitos.

En este punto, y antes de pasar a la constitución del tiempo y del espacio, debemos hacer notar que existe una discordancia importante entre la definición de *elem-abs* en *Concept of Nature* y en *Natural Knowledge*. En efecto, antes hemos presentado ya

la definición de *elem-abs* en *Concept of Nature*: vemos que se trata de un predicado de *segundo orden*, pues un elemento, según esa definición, es un conjunto de *clases-abs*, y éstas, a su vez, son clases de sucesos. En cambio, en *Natural Knowledge*, *elem-abs* es un predicado de *primer orden*. Efectivamente, Whitehead define allí primero los conceptos de k -primo y k -antiprimo. Luego constituye "elemento abstractivo finito deducido de k " como el conjunto de *sucesos* que son miembros de las *clases-abs* k -primos; análogamente, "elemento abstractivo infinito deducido de k " es el conjunto de *sucesos* miembros de los k -antiprimos. Entonces, los "elementos abstractivos" sin más, son todos los elementos abstractivos finitos o infinitos, para toda k . La noción de elemento abstractivo resulta así más restringida.

Aquí hemos adoptado la definición de *Concept of Nature*, pues además de ser más general, es también más sencilla.

En la construcción de los puntos no seguiremos el procedimiento estricto de Whitehead, sino el de Nicod, que es mucho más simple y directo (y además más exacto), aunque igualmente basado en el método general de la abstracción extensiva. En cambio, la construcción de instantes en Whitehead es relativamente inmediata dadas las anteriores definiciones.

Constitución de los instantes por abstracción extensiva

Primero hay que definir el concepto de *antiprimo absoluto* (*Natural Knowledge*, p. 110).

Def. 13: Sea A_0 una *clase-abs* dada. A_0 es un *antiprimo absoluto* syss_{ar} :

A_0 es un k -antiprimo con k definida así:

$$\bigwedge A_i (k(A_i) \leftrightarrow_{ar} A_i \text{ Cu } A_0)$$

Si sustituimos esta condición k así definida en las condiciones de Def. 12 para los k -antiprimos, vemos que las condiciones para un antiprimo absoluto serán, correspondientemente

- 1) $A_j \text{ Cu } A_0$
- 2) $\bigwedge A_j (A_j \text{ Cu } A_0 \wedge A_j \text{ Cu } A_0 \rightarrow A_0 \text{ Cu } A_j)$

Sintetizando ambas condiciones resulta que para A_0 antiprimo absoluto se cumple siempre:

$$\bigwedge A_j (A_j \text{ Cu } A_0 \rightarrow A_0 \text{ Cu } A_j)$$

Un antiprimo absoluto es, pues, una *clase-abs* que cubre cualquier otra *clase-abs* que la cubra a ella, sin especificar condición alguna. Los sucesos de estas clases se extenderán, pues, sobre cualquier suceso que se extienda sobre uno de los de la clase. Los sucesos de los antiprimos absolutos serán, pues, el tipo "más extenso" de sucesos posibles. Intuitivamente, está claro que tales supersucesos sólo pueden ser las "duraciones". En el sistema, las introducimos por definición justamente así:

Def. 14: s es una *duración* syss_{at} hay un A tal que A es antiprimo absoluto y $s \in A$.

Con la definición de antiprimo absoluto es inmediata la definición de instantes.

Def. 15: Sea A_a un antiprimo absoluto. Llamaremos *instante en A* al conjunto

$$I_A =_{at} \{A_i/A_i \text{ IAbs } A_a\}$$

Así, pues, un instante es "un elemento abstractivo deducido de la condición de cubrir un antiprimo absoluto" (*Natural Knowledge*, p. 110). A lo largo del capítulo IX de *Natural Knowledge*, Whitehead se dedica a mostrar cómo esta construcción de los instantes, con la ayuda de ciertas relaciones definidas entre ellos, es adecuada para construir una estructura que sea un sistema temporal, o mejor dicho, una familia de sistemas temporales que constituyen el marco de referencia temporal de la física relativista. Aquí no es necesario que repitamos las pruebas de Whitehead de que su concepto de instante es adecuado. Remitimos, para ello, al citado capítulo.

Pasemos ahora al procedimiento de definición de puntos según Nicod.

La constitución de puntos geométrico-sensibles

El libro de Jean Nicod, *La géométrie dans le monde sensible* (1924), se sitúa metodológicamente en el otro extremo del que acomete Whitehead: si a Whitehead sólo le interesa establecer las relaciones entre los elementos fundamentales de la física prescindiendo de su carácter perceptivo, Nicod, en cambio, sólo se ocupa de las geometrías posibles que se pueden construir con diversos conjuntos de elementos sensibles, de *sense-data* en el sentido más genuino, independientemente de su correspondencia física. Tampoco intenta construir el puente, ni tampoco trata de constituir unos elementos sensibles en otros. Su programa no es el de determinar una base adecuada de *sense-data* irreductibles, por lo cual no puede considerarse que sus hábiles construcciones geométricas aisladas formen sistemas fenomenalistas. Sin embargo, pueden aplicarse a la construcción de éstos.

El libro del malogrado Nicod es muy original y podría dar lugar, si se le estudiara a fondo, a una serie de fecundas investigaciones "topológico-sensoriales". Pero no entra en nuestra temática presente, excepto en un capítulo: el IV, en que reconstruye la "geometría de volúmenes" de Whitehead, de modo que ésta sea adecuada a su campo de estudio.

La base que supone Nicod para su definición de puntos, siguiendo la abstracción extensiva, es la misma que la de su maestro Russell: datos sensoriales o sucesos "russellianos". Es por esta razón que exponemos aquí la reconstrucción de Nicod: ella establece un elemento de unión del sistema de Russell con el de Whitehead.

La construcción de puntos geométricos a partir de datos sensoriales forma parte, sin duda, de lo que puede llamarse "geometría sensible". Ahora bien, Nicod sostiene que para tal construcción no es adecuada una "geometría de puntos", como cualquiera de las usuales (es decir, una geometría que parta del punto "indivisible" como noción primitiva), sino una "geometría de volúmenes" (cuya noción primitiva sea la de volumen). Tal geometría sólo es posible con el método de la abstracción extensiva de Whitehead.

El postular como términos primitivos volúmenes, en vez de

puntos, es más adecuado para la reconstrucción geométrica de la experiencia, pues parece indiscutible que, sea cual sea la base fenomenalista que tomemos, las unidades de ésta no serán puntuales.⁶ Mientras en la geometría "tradicional", los volúmenes son clases de puntos, ahora serán los puntos clases de volúmenes. Desde una base fenomenalista es más razonable proceder así; aun cuando los puntos no se den en la experiencia, pueden verse como derivados de la experiencia. Así dice Nicod:

"En vez de postular entidades de las que no hay ejemplos en la naturaleza, nos limitamos a proponer nuevos miembros de una clase conocida, que no difieren de los miembros conocidos más de lo que éstos difieren entre sí" (p. 42).

Los volúmenes primitivos de Nicod no son, en realidad, más que los datos sensoriales o sucesos de Russell (mejor dicho: los volúmenes geométricos *interpretados* en el Sistema Russell son los datos sensoriales). La relación que Nicod llama "inclusión" (p. 35) entre volúmenes es la extensión sobre", E , de Whitehead, que ya hemos introducido.

Ahora bien, la definición que da Nicod de *clase abstractiva* es una modificación de la de Whitehead (Def. 6 de p. 113). La definición de Whitehead, nos dice Nicod, no es suficiente para garantizar que la clase abstractiva de sucesos que queremos que constituya un único punto, defina tal punto unívocamente; es decir, no se puede garantizar que cada clase abstractiva de sucesos (= volúmenes) contenga un solo punto en común: podría ser que contuviera una línea o una superficie (p. 36). Para garantizar esta condición restrictiva, hay que introducir una limitación en la construcción de las *clases-abs* que ni Whitehead ni Russell tuvieron en cuenta: la relación E debe ser *sin tangencia*.

En lo que sigue presentaremos formalizadas las definiciones que da Nicod sólo discursivamente en su libro (pp. 36-38). Además, cambiaremos algo su nomenclatura, adaptándola a la terminología del Sistema Russell(-Whitehead). Ya hemos dicho que los términos primitivos que Nicod llama volúmenes serán aquí los datos sensoriales o sucesos.

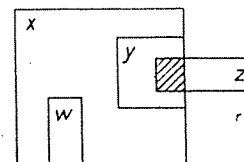
6. Contrariamente a lo que creía Mach.

Formalización de la construcción de puntos en Nicod

Nicod define, en primer lugar, lo que entiende por "inclusión con tangencia superficial (entre volúmenes)", que aquí llamaremos E con *tangencia superficial*, ETS . (Entenderemos aquí por "intersección" de dos sucesos, " $y \cap z$ ", el conjunto de sucesos sobre los que ambos se extienden.)

Def. 16: $x ETS y \leftrightarrow_{df} \forall z (\neg y E z \wedge y \cap z \neq \emptyset \wedge \neg \forall w (x E w \wedge \neg y E w \wedge z E w))$

Para comprender lo que significa la extensión con tangencia superficial, la ejemplificaremos con el siguiente diagrama. Admitamos que los cuadriláteros representan volúmenes, o mejor dicho, sucesos tridimensionales, y sus lados superficies. Entonces, el cuadrilátero x se extenderá sobre el y con tangencia superficial en el siguiente caso:

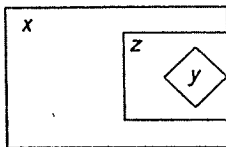


Se ve claramente que no puede haber ningún cuadrilátero w que esté incluido en x , pero no en y , y sobre el cual z se extienda.

Esta forma de extensión, con tangencia superficial, es justamente la que debe ser eliminada para la constitución de puntos. Asimismo hay que eliminar la tangencia lineal y la puntual. Por ello, pasamos a definir la *extensión con tangencia*, en general, ET :

Def. 17: $x ET y \leftrightarrow_{df} \forall z (x E z \wedge z E y \wedge z \neq y \rightarrow x ETS z)$

Un ejemplo esquemático de un suceso x que se extiende sobre otro y con tangencia puntual es el siguiente:



Definimos, finalmente, la *extensión sin tangencia*, *ES*, que es la que nos interesa propiamente:

Def. 18: $x ES y \leftrightarrow_{\text{at}} x E y \wedge \neg x ET y$

Una *clase-abs* *A* será ahora una clase de sucesos que se extienden unos sobre otros sin tangencia.

Def. 19: *A* es *clase-abs* $\text{syss}_{\text{at}} \wedge xy \in A (x ES y \vee y ES x)$

Con esta nueva definición de *clase-abs*, eliminando las condiciones de tangencia, se pueden definir igual que antes la relación de cubrimiento *Cu* entre *clases-abs* (Def. 8 de p. 113) y de igualdad abstractiva (Def. 9 de p. 114). Un *elem-abs* se define aquí igual que en la Def. 10 de p. 114. Pero ahora este *elem-abs* es ya *directamente* el punto geométrico que buscábamos. La eliminación de los problemas que plantea la tangencia hace innecesaria la construcción whiteheadiana de los puntos a partir de los *k*-primos. Por lo demás, las complicadas construcciones de Whitehead van encaminadas a definir los puntos del espacio atemporal de Minkowski, problema que no tiene por qué ocuparnos en la elaboración del presente sistema, por lo menos al nivel elemental en el que nos estamos moviendo. Nos conformamos con los puntos "sensibles" de Nicod, que son los puntos de un espacio euclídeo *instantáneo*.

Tampoco nos detendremos en mostrar que los puntos definidos por el método de la abstracción extensiva cumplen las condiciones que se esperan de los puntos euclídeos pre-sistemáticos. Ello ya queda suficientemente claro en el libro de Nicod. Su tercera parte, en realidad, prueba implícitamente la aplicabilidad de estos puntos al constituir, a partir de ellos y de sus relaciones, diversas geometrías "aceptables", aunque no estrictamente euclídeas.

Ya hemos indicado que lo que *no* intenta Nicod en su libro es atacar el problema del puente. Sus construcciones se limitan al estadio previo al planteamiento de este problema.

Aunque por una vía (topológica) considerablemente distinta, Russell volverá a intentar, años después, en su *Analysis of Matter*, resolver el problema del paso de los datos sensoriales a los puntos del espacio de Minkowski, por un método parecido al que utiliza en *External World* para los instantes. Sin embargo, los intereses filosóficos que mueven a Russell en *Analysis of Matter* están muy alejados ya de su intento fenomenalista de *External World*.

Hacia el fenomenalismo estricto

Como es sabido, no fue Russell, sino Carnap, quien continuó las ideas centrales de *External World* y sentó definitivamente las bases formales y metodológicas de lo que había de ser un sistema fenomenalista de reconstrucción de la experiencia. Después de 1914, o a lo sumo, de 1918, Russell dejó de lado las posibilidades de construcción lógica de objetos, y se dedicó a análisis concretos y detallados de los múltiples problemas que ofrece el supuesto dualismo mente-materia, que, según Russell, se debiera precisar en el dualismo entre psicología y física. La consecuencia del abandono de los problemas constructivos en favor de la exclusividad absoluta de los problemas analíticos fueron sus dos obras paralelas, *Analysis of Mind* y *Analysis of Matter*. Ya hemos aludido a que existen ciertos residuos de fenomenalismo en su *Analysis of Matter*; pero, en general, se trata sin más de una obra de filosofía de la física, en particular, de la fundamentación epistemológica de la teoría de la relatividad y de la noción de espacio-tiempo, siguiendo las líneas esbozadas por Minkowski y Eddington.

Diremos ahora dos palabras sobre su *Analysis of Mind*, para percibir, sobre todo, cómo aparecía la cuestión de la ciencia unificada justamente por la época en que Carnap empezaba su labor filosófica.

Analysis of Mind trata de filosofía de la psicología, especialmente de la psicología de la percepción. En general —prescindiendo del final del libro, como en seguida veremos— Russell

no se ocupa ya de nada parecido a la construcción lógica del mundo. Los problemas concretos atacados son cuestiones psicológicas, tales como la validez de los resultados obtenidos por introspección; la distinción entre sensaciones e imágenes, y el análisis de lo característico en la creencia y el deseo. La relación de *Analysis of Mind* con *External World* es indeterminada: Russell parece partir de lo ya desarrollado en la segunda obra respecto a la fundamentación del conocimiento, aunque a veces también parece como si él mismo hubiese olvidado en qué habían consistido sus ideas más brillantes de *External World*. No hay mucho rigor formal en los estudios de *Analysis of Mind*.

El objetivo central de Russell (a la vez que su hipótesis de partida) es ahora hacer plausible la tesis del *monismo neutral* de Mach, James, Perry y Holt: a saber, que la física y la psicología tratan de la misma "sustancia" del mundo, que no es "materia" ni "espíritu" en sus acepciones corrientes. Los elementos concretos (los "particulares", en la terminología de Russell) de una y otra ciencia son de la misma naturaleza, sólo que estarán sometidos a leyes causales diferentes según que los consideremos desde el punto de vista de la física o de la psicología.

Ahora bien, la posibilidad de que esas leyes (relaciones) puedan reducirse, a su vez, a leyes más básicas y unificadoras no la considera Russell más que como sugerencia final. Pero es esta sugerencia final la que permite ver hasta qué punto la motivación última de Carnap en el *Aufbau* vino apoyada por las ideas coetáneas de Russell. He aquí lo que éste dice:

"Creo que si nuestro conocimiento científico fuera adecuado a la tarea... mostraría las leyes de correlación de los particulares que constituyen una condición momentánea de una unidad material, y establecería las leyes causales del mundo en términos de esos particulares, no en términos de la materia. Las leyes causales así establecidas serían aplicables, en mi opinión, igualmente a la psicología y a la física: la ciencia que las formulara tendría éxito en lograr... una explicación unificada de lo que realmente ocurre" (p. 281).

Y más abajo continúa:

"Esta ciencia fundamental transformaría la física en una ciencia derivada, tal como las teorías de la constitución del átomo hacen

a la química derivada de la física; también haría que la psicología tuviera un carácter menos singular y aislado entre las ciencias" (p. 282).

Quien trataría de elevar el andamiaje de esa "ciencia fundamental" en el sentido de Russell no sería el propio Russell, sino Rudolf Carnap, el cual, por la época de la redacción de *Analysis of Mind*, no era más que un estudiante pobre y totalmente desconocido en la Alemania de la crisis de 1922, pero que tenía ya ideas notablemente claras y dinámicas acerca de lo que quería hacer en filosofía.

CAPÍTULO III

EL "AUFBAU" DE CARNAP

I. — CARACTERÍSTICAS GENERALES

En sus años de estudiante en Jena, Carnap se dedicaba a algunas cuestiones teóricas de física y a otras de filosofía, al mismo tiempo que emprendía investigaciones experimentales en electrónica y psicología de la percepción. Como se ve, de todo un poco. Además, fue profesor suyo Frege, a quien nadie hacía caso entonces, por lo menos en Alemania. Frege, a pesar de su oscuridad didáctica, le indujo a interesarse por la recién nacida lógica y por la fundamentación de las matemáticas. El joven Carnap admiraba a Frege, pero el filósofo que influyó decisivamente en él fue Russell.

En varios escritos¹ ha manifestado Carnap entusiastamente su deuda filosófica para con Russell. Parece, en efecto, que poco después de la primera guerra mundial, Carnap quedó vivamente impresionado por los esfuerzos de Russell y por el ideal de filosofía rigurosamente científica que éste propugnaba. Según el propio Carnap confiesa en su autobiografía, al leer algunos arduos pasajes de *External World*, tuvo una especie de revelación repentina de lo que debía ser su misión en filosofía. Pero no fue esta obra sola de Russell la que impresionó al estudiante Carnap. También llevó a cabo la hazaña, en 1919 casi sin precedentes, de leerse los *Principia Mathematica*. En el contexto presente hay que tener muy en cuenta estas dos influencias, pues explican una gran parte de las características, formales y de

1. *Intellectual Autobiography*; segundo prólogo a *Der logische Aufbau der Welt*; *Homenaje a Bertrand Russell*.

contenido, del *Aufbau*. Por una parte, la lógica, tal como aparece formalizada en los *Principia*, le proporcionó el instrumento imprescindible para su construcción lógica del mundo. Pero, por otra parte, la idea en sí de tal construcción y la base fenomenalista que había de tomar para ella provinieron de *External World*. En cierto sentido, el *Aufbau* no es más que el desarrollo sistemático de las líneas esbozadas en *External World*.

Sin embargo, en tres aspectos representa el *Aufbau* de Carnap algo totalmente nuevo en relación con *External World* y, por extensión, con todos los intentos empiristas y fenomenalistas anteriores. Estas tres características generales las resumiremos como sigue:

1) *El solipsismo metodológico*: Frente a Russell, Mach y los demás autores que habían emprendido más o menos en serio la tarea de reconstrucción fenomenalista, Carnap prescinde, sin concesiones, de la hipótesis de las mentes ajenas y adopta decididamente la tesis del solipsismo metodológico. Según esta tesis, para constituir lógicamente los conceptos empíricos, basta completamente con un solo grupo homogéneo de elementos fenoménicos de experiencia, relacionados entre sí por relaciones primitivas. Ya hemos visto que Russell, a pesar de que consideraba tal tesis lógicamente más sólida, no se atrevió a ponerla en práctica; en cuanto a Mach, a lo largo de su obra hay una ambigüedad y fluctuación constante entre sus postulados vagamente solipsistas del principio y sus consideraciones y planteamientos no-solipsistas posteriores. En este sentido, Carnap fue más "valeroso" que sus antecesores: a pesar de la gran impopularidad de que goza el solipsismo metafísico o epistémico en el mundo de la ciencia, del sentido común y de ciertas ideologías, supo ver lo que había en él de principio metódico aprovechable y deslindarlo claramente de supuestos o afirmaciones extra-metodológicas. Es probable que Carnap se sintiera apoyado por algunas de las proposiciones del "solipsismo sin sujeto" de Wittgenstein en el *Tractatus*, a pesar de su carácter críptico: "Los límites de mi lenguaje se refieren a los límites de mi mundo", "Yo soy mi mundo", etc. (§§ 5.6, 5.63 y ss.)

2) *Formalización*: Carnap se tomó al pie de la letra, cosa que no hizo Russell, el principio de los mínimos supuestos del propio Russell, según el cual, hay que sustituir las entidades

inferidas por construcciones lógicas. Las construcciones lógicas de Carnap son, por primera vez, verdaderamente formales, al emplear los métodos rigurosos y el simbolismo de los *Principia*. Las cadenas de definiciones de la parte formal del *Aufbau* están realmente constituidas por *definiciones extensionales*, tal como exige la lógica clásica (no-intensional). Por primera vez, pues, el programa fenomenalista recibió una precisión formal de que había carecido hasta entonces. Esto implica ya, en cierto modo, el contenido de la característica tercera:

3) *Definición precisa del programa fenomenalista*: A partir del *Aufbau* se sabe ya, con escaso margen de interpretaciones equivocadas, lo que significa el fenomenalismo. Esto se pone de manifiesto, históricamente, en las discusiones, comentarios y desarrollos posteriores a la obra de Carnap. En el *Aufbau*, sobre todo (y quizás únicamente) en las partes tercera y cuarta, se ve en qué consiste el rasgo esencial del fenomenalismo: es un programa de reconstrucción lógica de conceptos empíricos independiente de las tesis y problemas psicológicos, epistemológicos y ontológicos. En qué rama de la filosofía hay que encasillarlo no está nada claro, precisamente porque representa un tipo de investigación nuevo en la tradición filosófica. No es tampoco propiamente un análisis de la especie corriente en filosofía de la ciencia, en la acepción que este término ha tomado con posterioridad al *Aufbau*. Creo que esto último ha sido pasado por alto por algunos críticos de esa obra, quienes han hecho notar que en ella no se refleja el proceder *real* de la ciencia: esta crítica está fuera de lugar, pues aparte de que no creo que estuviera en la intención de Carnap proporcionar tal reflejo, partiendo de tal punto de vista, sin duda no se puede entender lo que él hace en su sistema constitucional. En este sentido, por ejemplo, la *Lógica de la investigación científica* de Popper y el *Aufbau* son, en su mayor parte, incomparables: simplemente tratan de cuestiones distintas.

El mayor mérito de Carnap en el *Aufbau* nos parece que radica justamente en esta tercera característica: en haber dado una significación precisa y analizable formalmente de lo que podríamos llamar la *actitud fenomenalista*.

Es de notar aquí que Carnap no usó la palabra "fenomenalismo" referida a su sistema. Prefirió denominar a su programa

~~El "Aufbau" de Carnap~~ ¹⁴ Fenomenalismo 1930 E. de H. C.

metodológico, "teoría de la constitución" (*Konstitutionstheorie*) y a su sistema, "sistema constitucional con base en el psiquismo propio" (*Konstitutionssystem mit eigenpsychischer Basis*), reservando la palabra fenomenalismo para la doctrina kantiana del idealismo trascendental y las teorías semejantes de muchos de sus discípulos (Fries, Vaihinger, Natorp, etc.). El término "fenomenalismo", en el sentido preciso y formal con que lo usamos aquí, empezó a emplearse hacia los años treinta en las discusiones del Círculo de Viena en torno a la alternativa fenomenalismo-fisicalismo, y quedó definitivamente acuñado con ese significado en el ámbito de la filosofía analítica y la filosofía de la ciencia, sobre todo a partir de *The Structure of Appearance* de Goodman.

A pesar del alejamiento del empirismo tradicional, el *Aufbau* es todavía en cierto sentido (en el de Carnap) una obra de teoría del conocimiento. Esto parece deducirse con evidencia del prólogo a la primera edición, cuando afirma:

"Se trata aquí fundamentalmente de la cuestión de la teoría del conocimiento, o sea, de la cuestión de la reducción de unos conocimientos a otros" (p. XVIII).

Pero la aseveración del primer enunciado viene explicitada por la matización del segundo: "reducción de unos conocimientos a otros". Es decir, no se trata de decidir lo que "realmente" conocemos ni qué es lo primordial en el conocimiento. Esto queda claro, no sólo por la marcha general del *Aufbau*, sino más concretamente cuando Carnap define lo que él entiende por "primacía epistémica" (*erkenntnismässige Primarität*), en § 54:

"El tener en cuenta las relaciones epistémicas de los objetos no significa que las síntesis o *formaciones* del conocimiento, tal como se presentan en el *proceso cognoscitivo real*, hayan de ser representadas, en su configuración concreta, en el sistema constitucional. Estas formaciones se reproducen en el *sistema constitucional únicamente de un modo racionalizador o esquematizador*."

La respuesta a las cuestiones epistemológicas *no* es independiente de la erección de un sistema de constitución de los objetos de conocimiento. Estrictamente, debe ser posterior a dicho siste-

ma. Nuestro sentido común, sin necesidad de formalizaciones, nos puede impulsar a decidir intuitivamente que ciertos conocimientos son lógicamente posteriores a otros, en el sentido de estar fundamentados en ellos. Así, por ejemplo, parece claro fuera de toda duda que no podemos conocer cuál es el estado mental de una persona si no vemos previamente la expresión de su rostro y no oímos sus manifestaciones sonoras. (Quizás un telépata negaría esta asunción del sentido común.) Sin embargo, este tipo de decisiones epistemológicas intuitivas sólo son válidas, a lo sumo, en casos sencillos o no muy bien delimitados. Cuando se quiere establecer una jerarquía de conocimientos que sea precisa y máximamente generalizada, hay que acudir a una ordenación formal de los objetos empíricos constituidos los unos a partir de los otros. Para no caer en vaguedades nulamente operativas, hay que construir entonces un sistema lógico de constitución, en el que cada objeto pertenece a un estadio epistémico bien determinado y está con los demás objetos en relaciones de reducibilidad bien especificadas. En tal caso, la respuesta a una pregunta epistemológica particular no vendrá, en general, unívocamente determinada, sino que dependerá del sistema escogido. Así, en el Sistema Carnap, los electrones son objetos de una complejidad lógica extraordinaria, es decir, sólo se alcanzarían en las etapas más elaboradas del proceso de constitución; en este sistema, el conocimiento de los electrones es *muy derivado*. Pero el propio Carnap (en § 62) apunta, como ejemplo de posible sistema constitucional fisicalista, uno en el que los electrones fueran los términos primitivos. En tal sistema, los electrones serían conocidos *inmediatamente*. En resumen, las decisiones epistemológicas dependen, en su generalidad, del sistema constitucional adoptado.

He puesto énfasis en la cuestión del sentido de la epistemología, tal como ésta aparece en el *Aufbau*, no sólo porque es un punto filosóficamente importante, sino porque el propio Carnap no es todo lo claro que sería de desear al respecto. En algunos casos, parece como si supusiera una ciencia epistemológica universal y previa a cualquier sistema, la cual sería una especie de hipóstasis de la vaga y contradictoria epistemología del sentido común. Pero creo que esta idea implícita en algunos apartados del *Aufbau* no es más que una cómoda muleta intuitiva a la que

Carnap echa mano de vez en cuando para ayudarse en sus planteamientos y construcciones. Sus verdaderas ideas sobre el puesto que ocupa la epistemología en su sistema, las ideas que expresa en sus tesis principales, eran por aquella época demasiado nuevas e inusitadas para que su propio autor se hiciera cargo de ellas en cada línea del libro.

La suposición de que hay un orden de conocimientos previo a toda sistematización lingüística, y en particular, previo a cualquier sistema constitucional, es a lo sumo válida para un ámbito muy restringido y poco detallado de las creencias del sentido común; en cualquier caso, es irrelevante para la validez lógica de un sistema. Al emprender la construcción lógica de un sistema de conceptos, lo que debe preocuparnos exclusivamente es *cuál es la mínima base de términos y relaciones a partir de la cual pueden construirse todos los demás objetos que nos interesan*. Si la elección de base y el orden de construcción de los demás conceptos siguen el proceso que consideraría "natural" el sentido común de una época histórica determinada, tanto mejor; pero no es éste el criterio decisivo en absoluto. Y tratar de decidir, de una vez por todas y de manera universalmente válida, cuál es el orden canónico de constitución de objetos conocidos sería hacer un tipo de especulación que cae totalmente fuera del marco de un sistema constitucional.

El objetivo del "Aufbau"

El objetivo último de Carnap, tal como explícita y ambiciosamente lo enunció él, puede resumirse diciendo que intentaba *la reducción definicional de todos los objetos de conocimiento científico-empírico a una base común: el psiquismo propio* (la conciencia de un sujeto percipiente). Los "átomos" (los términos primitivos) de este mundo construido lógicamente se parecen bastante a los *sense-data* de Russell y a las *sensaciones* de Mach. Existe, sin embargo, una importante diferencia entre los elementos escogidos por Carnap para su sistema y los de estos autores: los elementos del *Aufbau* son las *vivencias (Erlebnisse)*, que más que átomos individualizados, son trozos de longitud arbitraria del flujo de experiencia individual. Las vivencias de Carnap se parecen más a las "duraciones" de Whitehead, esos sacos

donde cabe todo lo vivido en un momento, que a las sensaciones puntuales de Mach. Parece que, en el caso de Carnap, el abandono del atomismo sensualista de Mach y Russell se debió a la influencia de la *Gestalttheorie*, que acababa de demostrar convincentemente que el animal humano o no-humano percibe "todos" o "totalidades" y no "puntos" cualitativos. En diversos pasajes del *Aufbau*, Carnap cita los trabajos gestaltistas, sobre todo los de Wertheimer y Köhler, que por la época de *External World* Russell, en cambio, debía de conocer poco.

Pero la idea más brillante y original de Carnap respecto a la elección de su base fenomenalista es el concebir que para un sistema constitucional puede haber algo más fundamental que los propios elementos fundamentales (en este caso las vivencias), a saber: las *relaciones* entre esos elementos. Las relaciones, lógicamente, pueden ser definidas como clases de pares de elementos previamente definidos; lo cual implica que si tomamos como término primitivo indefinido una relación, ésta nos definirá lo que consideremos los elementos fundamentales: serán los términos cuyos pares ordenados integran dicha relación. De donde se sigue que, sistemáticamente, no necesitamos preocuparnos por la "naturalidad intrínseca" de los elementos, pues podemos definirlos a partir de la relación que hemos tomado como primitiva; dentro del sistema constitucional de Carnap no tiene, pues, mucha relevancia ocuparse de si las vivencias son átomos o trozos de flujo vital o cualquier otra cosa, con tal de que puedan ser consideradas operativamente como los términos de una relación más fundamental (que admitimos que ya entendemos intuitivamente, pues es indefinible), a partir de la cual se deriva todo lo demás. A lo sumo, el preocuparse por "lo que son" las vivencias sólo tiene un valor heurístico. El hecho de que Carnap tomara como base del mundo, en último término, una base relacional se debe, en buena parte, a que para su "Teoría de la constitución", lo primario es la *estructura relacional* del mundo y no los objetos particulares que la integran.

En el *Aufbau*, Carnap no estaba completamente seguro de que bastase una sola relación para construir todos los conceptos empíricos, pero así lo postula provisionalmente. Esta relación única es el "recuerdo de semejanza entre vivencias elementales".

En qué consiste la teoría de la constitución

La teoría fundamental que aplica Carnap en su construcción lógica del mundo es la teoría de la constitución. Esta estructura de enunciados teóricos (metateóricos) ha de servir para generar un sistema constitucional como sistema formal deductivo, en cuyo interior, si es completo, han de poderse deducir de los enunciados de base todos los enunciados sobre conceptos u objetos científico-empíricos: esto significa que la teoría de la constitución ha de proporcionar en cada caso el procedimiento por el cual un concepto ha de ser construible a partir de otro dado.

Para que la teoría de la constitución ofrecida sea adecuada a esta tarea, ha de dar una respuesta válida a cuatro problemas generales: el problema de la *base*; el problema de los *niveles* formales de constitución (las *Stufenformen*); el problema de las formas lógicas de los *objetos*, y el problema de la forma general del *sistema* (§ 26).

En el primer problema se trata de decidir cuál es la base de individuos lógicos más adecuada para montar sobre ella el sistema constitucional que abarque toda la realidad empírica. Determinar los niveles o grados de constitución significa dividir la realidad en varios campos o esferas de complejidad lógica creciente, proporcionando al mismo tiempo el modo de pasar formalmente de un nivel al siguiente; como veremos, Carnap divide la realidad en cuatro niveles metodológicos: el campo del psiquismo propio, el mundo físico, las mentes ajenas y los objetos culturales. El tercer problema consiste en investigar el modo gradual de construir lógicamente los objetos dentro de cada nivel formal. Finalmente habrá que ver cuál es la estructura global del sistema. Naturalmente, la respuesta concreta a estos problemas no consiste en un par de frases especulativas, sino que *es* la construcción misma del sistema constitucional.

Las dos principales nociones metodológicas de la Teoría de la constitución son las de *reducibilidad* (*Zurückführbarkeit*) y *cuasi-análisis* (*Quasianalyse*). La noción de reducibilidad es más básica y más general, en el sentido de que todo sistema formal de constitución de objetos, ya sea fenomenalista o no, debe pre-cisarla y emplearla de algún modo. En cambio, el procedi-

miento del cuasi-análisis es típico del *Aufbau*: no es, en verdad, aplicable a las construcciones de los sistemas anteriores al *Aufbau* —excepto, en cierto sentido, por lo que se refiere a la construcción de puntos e instantes en el Sistema R-(W-N)— ni tampoco al sistema posterior de Goodman.

La reducibilidad

Examinemos primero la noción de reducibilidad, que es central en todo sistema constructivo. Un concepto es reducible a otro (u otros) si y sólo si todos los enunciados sistemáticos en que entra el primero son lógicamente equivalentes a enunciados o sistemas de enunciados en que entra el segundo (o segundos) y no el primero. Generalmente, los enunciados y conceptos reductores serán más de uno. Así, por ejemplo, el concepto k , que únicamente entra en el enunciado Pk , es reducible a los conceptos k_1 y k_2 porque se cumple, supongamos

$$Pk \leftrightarrow P_1k_1 \wedge P_2k_2$$

La teoría estricta de la constitución afirma que la constructibilidad de un concepto en el sistema es sinónimo de su reducibilidad a otros conceptos ya construidos (o sea, ya reducidos) dentro del sistema. Carnap dejó de considerar, en años recientes, esta tesis estricta como absolutamente válida, pues depende de otra tesis que ha sido muy discutida y al final rechazada: la *tesis de la extensionalidad*. Según esta tesis —que fue postulada por primera vez por Frege, adoptada de manera indecisa por Russell y decididamente por Wittgenstein en el *Tractatus*— el significado (la *Bedeutung* o referencia en sentido fregeano) de cualquier enunciado o concepto viene determinado únicamente por su *extensión*. Esto quiere decir que el valor veritativo de un enunciado compuesto viene determinado únicamente por los valores veritativos de los enunciados componentes. En el ejemplo anterior, independientemente de que la propiedad P tenga una "intensión" no comprensible por medio de P_1 y P_2 , el valor veritativo de Pk depende únicamente de los valores veritativos que asignemos a P_1k_1 y a P_2k_2 : Pk será verdadero únicamente cuando lo sean P_1k_1 y P_2k_2 a la vez.

La tesis de la extensionalidad es evidentemente válida para un ámbito muy amplio de enunciados, sobre todo los de las ciencias. Sin embargo, no parece ser una tesis universalmente válida para todo lenguaje. Así lo reconoce Carnap en su prólogo al *Aufbau* de 1961. Entre otras, las proposiciones estudiadas por la lógica modal (aquellas en que entran las nociones de necesidad y posibilidad) no se pueden considerar proposiciones extensionales.

Ahora bien, en su *Logische Syntax der Sprache* y en *Meaning and Necessity*, Carnap dio una nueva formulación, más débil, del postulado de la extensionalidad que, por lo que sé, no ha sido invalidada, aunque tampoco confirmada: toda proposición intensional es transformable, por medio de las reglas lógicas aceptadas, en una proposición extensional.

De todos modos, incluso si esta última formulación resultara ser demasiado ambiciosa, el método extensional sigue siendo válido por sí mismo en el *Aufbau*, siempre que se reconozcan los límites de su alcance: en el *Aufbau* los conceptos construidos son demasiado pocos y demasiado simples, como para que se sospeche la transgresión de esos límites. No hay nada objetable, sino al contrario, en que se construyan extensionalmente todos los conceptos posibles de un sistema.

El cuasi-análisis

El método extensional también está en la base del proceso cuasi-analítico. Según parece, Carnap fue el primero en inventarse este neologismo, que luego se ha utilizado con cierta asiduidad en la literatura filosófica. Significa, aproximadamente: "Análisis semánticamente hecho en sentido inverso al análisis corriente, pero que sintácticamente procede igual que éste".

En el análisis "verdadero" se parte de algo que ya consideramos como un "todo" o complejo, y por medio del establecimiento de relaciones "internas" a ese complejo, tratamos de decidir cuáles son las partes componentes de ese complejo, cuáles son sus "átomos", y cómo están relacionados entre sí para formar el complejo. Desde un punto de vista puramente sintáctico, esto es también lo que hace el cuasi-análisis. La diferencia

estriba en que las totalidades de que partimos (en el caso de Carnap, las vivencias) son, en el sistema, elementos *indivisibles*. El resultado del cuasi-análisis no puede ser, pues, el hallazgo de *partes* en sentido propio, dado que un elemento indivisible no tiene partes.

Nosotros sabemos, *pre-sistemáticamente*, que una vivencia tiene partes: a saber, las cualidades que la componen y los lugares que éstas ocupan en un momento dado. Pero *sistemáticamente* nos volvemos ignorantes a este respecto. Las vivencias son lo primariamente dado, y no podemos tratar de establecer relaciones internas dentro de ellas, puesto que, *ex hypothesi*, no tienen nada dentro. Sólo podemos tratar de establecer relaciones "externas" entre distintas vivencias, según lo que nos interese construir; según la relación que establezcamos entre las vivencias, obtendremos las clases de vivencias que coinciden en esa relación. Diremos, entonces, que esas vivencias "tienen algo en común"; esto que "tienen", que en realidad no tienen, sino que es la clase formada por ellas, es un "aspecto" de las vivencias dadas, una "cuasi-parte" de todas ellas. Será, por ejemplo, una cualidad.

Quizá se entenderá todo esto mejor con un ejemplo. Supongamos que tenemos la vivencia global de frenar nuestro coche ante un semáforo rojo. Pre-sistemáticamente sabemos que en esa vivencia "hay muchos elementos", entre otros, la percepción de la luz roja del semáforo. Pero sistemáticamente (en el sistema del *Aufbau*) no podemos decir tal cosa, puesto que esa vivencia global es un todo indivisible. Lo que sí podemos hacer, y en esto consiste el cuasi-análisis, es lo siguiente: reunimos todas las vivencias en que se ha visto la luz roja de un semáforo. Éstas probablemente serán muchas: conduciendo nuestro propio coche, en múltiples lugares distintos de la ciudad, o en otras ciudades; o bien yendo en el coche de un amigo; o en autobús; o en el cine; o simplemente andando, etc. Todas estas vivencias tendrán probablemente muchos elementos distintos entre sí, y si conseguimos reunirlos de tal modo que todas ellas tengan como único elemento común la percepción de la luz roja del semáforo, podremos decir que el cuasi-análisis ha tenido éxito y que hemos constituido unívocamente el elemento común a todas esas vivencias, la percepción de la luz roja del semáforo,

que formalmente no será más que la clase de todas las vivencias reunidas.

El cuasi-análisis es máximamente característico del procedimiento constructivo del *Aufbau*, pero puede concebirse como procedimiento general, no únicamente aplicable a una base de vivencias, sino siempre que se parte de totalidades. Se habrá observado ya que recuerda mucho el método de la abstracción extensiva de Whitehead.

Para Carnap, su cuasi-análisis no es más que una explicitación del proceder corriente de la ciencia en la elaboración de sus conceptos. Así dice, en § 27:

"Los 'objetos' de la ciencia son todos, casi sin excepción, cuasi-objetos. Esto no vale solamente para los conceptos generales..., sino también para la mayoría de los objetos individuales de la ciencia. Esto se desprende de la teoría constitucional."

Los cuatro lenguajes

En la parte más formalizada del *Aufbau* (la constitución del psiquismo propio) se utilizan cuatro lenguajes a modo de instrumentos digamos técnicos de la teoría de la constitución.

De ellos, el lenguaje esencial, en el sentido de que determina la forma del sistema constitucional es la lógica, el lenguaje formalizado y sistematizado en los *Principia Mathematica*. Sin la lógica no podría haber un verdadero sistema de constitución de conceptos empíricos, ya sólo sea porque no podrían aplicarse con precisión las dos nociones centrales de la teoría: reducción y cuasi-análisis. Por eso decíamos al principio que, además de *External World*, la premisa necesaria del *Aufbau* son los *Principia Mathematica*. Posteriormente, a lo largo de este siglo, se han ido construyendo otros cálculos lógicos además del de Russell y Whitehead, generalmente con mayores ventajas, más fáciles de manejar y aplicar. El propio Carnap ha contribuido, como es sabido, a estos perfeccionamientos del lenguaje deductivo. Pero, en cualquier caso, y tomando la palabra "lógica" en su sentido más general (de abarcar todos los distintos cálculos), sigue siendo cierto, desde el *Aufbau*, que es inconcebible ya un sistema de constitución fenomenalista (o con otra base) que se permita prescindir del lenguaje de la lógica.

El simbolismo utilizado por Carnap en sus formalizaciones es muy distinto del empleado en este trabajo. En parte es sacado de los *Principia* y en parte es de cuño propio. No creo que nadie lo use ya. Aquí, desde luego, no lo hemos seguido, sino que hemos retraducido las complicadas fórmulas carnapianas a nuestro simbolismo actual, mucho más claro.

Los tres restantes lenguajes que usa Carnap en la parte formalizada del *Aufbau* sólo son *auxiliares* heurísticos o didácticos: facilitan la tarea de la constitución y la comprensión de las definiciones; pero se sobreentiende que el sistema, una vez completado, debe prescindir de ellos y estar formulado únicamente en lenguaje formal. Así se evitaría cualquier ambigüedad o error a que nos pudiera conducir un lenguaje discursivo. Veamos cuáles son estos tres lenguajes auxiliares.

1) *El lenguaje textual*, o lo que podríamos denominar también el lenguaje de la lógica sin formalizar: es decir, una traducción de los enunciados formales al vocabulario "textual" o discursivo, o sea, a una parte de nuestra lengua hablada particular.

La misión del lenguaje textual es hacer más comprensibles las primeras enunciaciones del sistema. Ahora bien, es obvio que, a cierto nivel de complejidad de las construcciones, este lenguaje textual se haría ya completamente ininteligible o, por lo menos, antieconómico, del mismo modo que nadie intenta ya traducir un libro de texto de matemáticas o física a nuestro vocabulario corriente.

2) El lenguaje que Carnap llama *realista*, es decir, el lenguaje de las ciencias naturales, especialmente de la física, en la medida en que su vocabulario y sintaxis no están contenidos en las matemáticas o la lógica. La traducción de las construcciones formales a este lenguaje tiene la importante misión de hacer ver que dichas construcciones corresponden realmente (por sus relaciones lógicas entre sí) a importantes conceptos empíricos, estudiados por las ciencias naturales o que están en la base de los estudiados por ellas; que las construcciones son, pues, algo más que meras fantasías lógicas. Naturalmente, en la medida en que alguna ciencia empírica se acercase en sus formulaciones al lenguaje constitucional,² el papel del lenguaje realista como medio de control iría siendo menor.

2. Como ocurre en algunas formalizaciones axiomático-deductivas de

3) *El lenguaje de una construcción ficticia*: La idea de Carnap de utilizar este lenguaje como instrumento puramente heurístico e intuitivo es muy interesante para nosotros, pues es un precedente de un dispositivo semejante que expondremos al comienzo de nuestro desarrollo de un sistema fenomenalista. Es una idea que sólo ha podido recibir una formulación concreta después del desarrollo de la teoría de autómatas y de la noción de perceptrón, pero que Carnap intuyó ya en la época del *Aufbau*, a pesar de que entonces la cibernética y la teoría de autómatas no existían en absoluto.

El lenguaje de la construcción ficticia no tiene, en realidad, nada que ver con el sistema constitucional propiamente dicho. Se trata simplemente de un conjunto de reglas de construcción dadas a un sujeto ficticio, a modo de criterio operativo para manejar y comprender mejor las definiciones constitucionales. Este sujeto ficticio, al que Carnap llama *A*, no pertenece naturalmente a los objetos constituidos y el sistema, una vez acabado, puede prescindir de él. *A* es (aunque Carnap naturalmente no lo diga así) como una máquina de Turing a la que hemos programado con una serie de reglas constructivas ("el cuadro de trabajo"), cuyo *input* son las vivencias que le proporcionamos como datos primitivos y cuyo *output* han de ser las definiciones constitucionales del sistema.³

Puede quizá tomarse como ilustre precedente de este sujeto ficticio de Carnap, el *sujeto trascendental* de Kant, si se interpreta como entidad ficticia constituidora de los objetos de la ciencia y que trasciende el marco empírico de los mismos. El propio Carnap alude a la posibilidad de esta interpretación en su *Intellectual Autobiography*, p. 18; define su lenguaje ficticio como sigue:

la física macroscópica y de la biología; véase, por ejemplo, el excelente libro de Saul A. Basri, *A Deductive Theory of Space and Time*, sobre todo la segunda parte; también el de Rudolf Carnap, *Introduction to Symbolic Logic and Its Applications*, pp. 197 y ss., y el de Henry E. Kyburg, *Philosophy of Science*, pp. 222 y ss. y 281 y ss.

3. Para mayor aclaración de estas nociones, v. M. Davis, *Computability and Unsolvability*, cap. 1.

“una reformulación de la definición como regla de operación para un procedimiento constructivo, aplicable por cualquiera, ya sea el sujeto trascendental de Kant o bien una máquina computadora”.

Con la ficción del sujeto *A* se evita la “tiranía” del proceso psicológico real de un verdadero sujeto humano (de un niño) al ir constituyendo los conceptos.

La introducción del sujeto *A* va acompañada de una serie de ficciones que definen el modo de proceder de *A*. Estas ficciones han de servir para hacer intuitiva la idea de que la constitución es una *reconstrucción racional* (*rationale Nachkonstruktion*), que no sigue el proceso psicológico-genético de la formación de conceptos en el hombre:

“Lo ‘dado’ no se presenta en la conciencia nunca como material en estado puro, sin elaborar, sino en conexiones y configuraciones más o menos desarrolladas. La síntesis cognoscitiva, la elaboración de lo dado para formar estructuras, representaciones de las cosas, de la ‘realidad’, ocurre casi siempre impremeditadamente, y no siguiendo un proceder consciente” (§ 100).

Los datos de la experiencia aparecen en su mayor parte relacionados intuitiva e inconscientemente. La constitución lógica de los objetos empíricos ha de llevar hasta el fin el proceso de reconstrucción racional ya iniciado fragmentariamente por las ciencias empíricas más avanzadas. Se trata, pues, de justificar racionalmente y *a posteriori* los contenidos intuitivos de la percepción. Para ver que la constitución trata precisamente de *eso* no es lógicamente necesario, pero sí útil inventamos la ficción de un sujeto al que damos reglas para que construya lógicamente el mundo.

Más adelante, cuando consideremos con cierto detalle algunas de las construcciones formales de Carnap, veremos algún ejemplo de cómo procede la aplicación del lenguaje ficticio.

Pero antes de pasar a la exposición del núcleo del Sistema Carnap, veamos cuáles son los principios-guía que rigen dicho sistema. El propio Carnap explicita estos principios al final de su construcción (§ 156).

Las tesis (generales) sobre el sistema constitucional

Carnap admite que todo lo que ha hecho en su esbozo de construcción lógica del mundo no es más que una especie de ejemplificación de lo que habría de ser un sistema constitucional rigurosamente construido. La incompletitud del sistema que presenta se debe, en buena medida, nos dice, a las dificultades de principio y oscuridades metodológicas de que están afectados todavía los resultados de las ciencias empíricas.

Con todo, Carnap sostiene que, gracias a su esbozo, se puede llegar ya a dos conclusiones fundamentales:

- 1) La posibilidad de un sistema constitucional de todos los objetos empíricos.
- 2) La posibilidad de dar de manera concreta los principios sobre los que se sustentaría el verdadero sistema constitucional acabado, del que el *Aufbau* es sólo un esbozo. Estos principios o “tesis” podrían variar con los distintos sistemas construidos, pero parece probable que todos los sistemas deben poseer algunos puntos en común.

Carnap divide los principios constitucionales en dos grupos: *tesis formales* y *tesis materiales*. Las primeras son, por así decir, de carácter sintáctico; las segundas pertenecerían a la semántica del sistema.

Tesis formales

1. — Los elementos básicos del sistema son todos homogéneos (no pueden ser divididos en clases intensionalmente distintas).
2. — Las ordenaciones o clasificaciones hechas sobre esta base son debidas a relaciones, no a clases.
3. — Todas las relaciones básicas son del mismo orden o tipo lógico.
4. — Todas las relaciones básicas son de primer orden (es decir, son predicados diádicos). Esto se debe a que son relaciones entre los elementos básicos.
5. — Para erigir el sistema es suficiente un pequeño número de relaciones básicas.

6. — (Hipótesis característica del *Aufbau*) Es suficiente una única relación básica.

Tesis materiales

7. — Los elementos básicos son las vivencias globales de un sujeto. (Se toma una base psíquico-fenomenalista de constitución.)
8. — Estas vivencias son *mis* vivencias elementales. (La base tomada es el psiquismo propio.)
9. — (Hipótesis de interpretación empírica de la hipótesis 6) La relación *Er* ("recuerdo de semejanza") es la relación fundamental.
10. — En el sistema se obtienen los siguientes grupos de objetos, por orden de constitución: cualidades, sentidos, el sentido de la vista, los lugares del campo visual, los colores, la ordenación física espacio-temporal o espacio R^4 de Minkowski, los objetos físicos visuales, mi cuerpo, los objetos psíquicos propios inconscientes, los objetos físicos, los demás hombres, el psiquismo ajeno y los objetos culturales.
11. — La constitución del mundo físico consiste en una aplicación de "magnitudes físicas" (numéricas) a los puntos del universo, tomado éste como el ente matemático R^4 .
12. — La constitución del psiquismo ajeno descansa en la llamada "relación de expresión" (en la conducta observable), o bien (caso de que la psicofisiología hubiese avanzado suficientemente) en la relación psicofísica existente entre los acontecimientos psíquicos y los del sistema nervioso central.
13. — La constitución del campo de lo espiritual o cultural se basa en la llamada "relación de manifestación".

(Como se verá, nuestro propio Sistema T-S posee la mayoría de los principios fundamentales en común con los del *Aufbau*, pero difiere de las "tesis" carnapias aquí citadas en los siguientes aspectos: se niega la hipótesis 6 y su correspondien-

te 7; los principios 10 y 11 aparecen fundamentalmente modificados, y se prescinde de 12 y 13.)

Veamos a continuación cómo se concretan los anteriores principios generales en las construcciones del Sistema Carnap.

II. — EL SISTEMA CARNAP

La plasmación efectiva de las ideas que Carnap formula y explica en las tres primeras partes de su libro aparece en la parte cuarta, titulada: *Entwurf eines Konstitutionssystems* ("Esbozo de un sistema constitucional"). De los cuatro niveles de realidad que deslinda Carnap (el psiquismo propio, el mundo físico, el psiquismo ajeno y los conceptos culturales), sólo el primero es constituido formalmente, mediante el simbolismo de los *Principia Mathematica*, y por añadidura, en un espacio muy breve en comparación con el resto de la obra: en doce páginas (§ 108-§ 122).

El segundo campo, el del mundo físico, no aparece formalizado, pero por lo menos fue tratado por Carnap bastante sistemática y detalladamente; por eso, su constitución nos pudo servir de guía metodológica para nuestra propia constitución del mundo físico, que ofrecemos en este libro. La sistematización de los objetos del psiquismo ajeno y de la esfera de lo cultural o social se reduce, en cambio, a unos breves bosquejos, a veces muy poco convincentes.

En el Sistema T-S que presentamos al final de este trabajo, elaborado a partir del de Carnap, ya se verá con más detalle la marcha del proceso constructivo y precisaremos en cada caso qué construcciones son tomadas del *Aufbau*. Aquí daremos sólo una visión de conjunto del sistema carnapiano, prescindiendo de toda simbolización.

I. — *El psiquismo propio*

La base

La *relación básica* de la que parte el sistema constitucional y que Carnap admite como la única necesaria es la relación de *recuerdo de semejanza* (*Ähnlichkeitserinnerung*) entre dos vivencias; en la notación de Carnap: *Er*. *Er* es pre-sistemáticamente

te una subrelación de la relación de *semejanza parcial* (*Teilähnlichkeit*) entre vivencias, *Ae*, relación que definiremos más abajo. Pero veamos primero cuál es la naturaleza de *Er*, la relación fundamental. *Er* es lógicamente primaria respecto de *Ae*, pues se ha de cumplir que *Er* implica *Ae*, pero no al revés.

El sentido de la relación de recuerdo de semejanza es que el sujeto ficticio *A* compara constantemente las vivencias entre sí para llegar a los conceptos empíricos. (Según Carnap, esto reflejaría también el modo más o menos inconsciente en que los hombres reales avanzamos en nuestro conocimiento.) Ahora bien, si se comparan dos vivencias, la primera de ellas aparece siempre forzosamente como recuerdo, puesto que en cada instante de la vida de *A* sólo puede darse una vivencia: cualquier otra vivencia deberá estar en la "memoria". En el lenguaje de las ciencias, o sea, en lo que Carnap llama lenguaje "realista", la condición necesaria y suficiente para que dos vivencias estén relacionadas por *Er* es: "*x Er y* si y sólo si la vivencia *y* se reconoce como parcialmente semejante al recuerdo de *x*". Postulamos que esta relación es *asimétrica*: si se da *x Er y*, no se da *y Er x*.

Los *elementos básicos* del sistema son las *vivencias*, que se definen como los términos de la relación *Er*, es decir, los individuos del campo de definición de *Er*, o también, los individuos que pueden ser miembros tanto del dominio como del recorrido de *Er*. Las variables individuales del sistema se refieren a las vivencias y sólo a ellas.

En lenguaje "realista", o sea, desde el punto de vista científico pre-sistemático, cada vivencia es *todo* lo que yo *siento conscientemente* durante un lapso de tiempo de corta duración, aunque de límites arbitrarios. En psicofisiología, diríamos seguramente que cada vivencia contiene todas las sensaciones y grupos de sensaciones que son efectos de los estímulos nerviosos que llegan hasta el córtex (de los que soy consciente). Estos estímulos son de todas las procedencias posibles: del mundo exterior o del mundo interior. En una vivencia se recogen, pues, todas las sensaciones con tal de que sean conscientes: las debidas a las formas específicas de sensibilidad exteroceptiva (visuales, auditivas, táctiles, térmicas, etc.), las debidas a la sensibilidad propioceptiva o kinestésica y las debidas a la sensibilidad intra-

ceptiva o cenestésica.⁴ Pueden añadirse sensibilidades hasta ahora no identificadas fisiológicamente, pero sí admitidas psicológicamente, como los sentimientos o emociones.⁵

En todo caso, la diferenciación clara en el contenido de las vivencias pertenece a un estadio bastante avanzado de la ciencia y no puede considerarse de antemano en la base del sistema: las vivencias son primariamente un saco indiferenciado, del que sólo posteriormente, gracias al cuasi-análisis, podrán abstraerse las distintas cualidades sensibles y las distintas clases de cualidades (sentidos).

En el lenguaje ficticio, diremos que el punto de partida de *A* en su construcción es sólo una lista de individuos agrupados por pares ordenados y a los cuales *A* ha enumerado denotándolos numéricamente. Esta lista de pares es lo único que *A* posee al comienzo de su construcción: es la relación fundamental *Er*. Los elementos de esta lista están dispuestos de tal modo que si en la lista se encuentra el par $\langle a, b \rangle$, seguro que no se encontrará el par $\langle b, a \rangle$: la relación es asimétrica.

La relación de *semejanza parcial*, *Ae*, se define a partir del recuerdo de semejanza. En lenguaje "textual": *x Ae y* si y sólo si: *x Er y*, o bien *y Er x*, o bien $x = y$. La relación *Ae* evidentemente sí es reflexiva y simétrica, a diferencia de *Er*.

Con esta base podemos avanzar un paso más constituyendo dos conceptos centrales en el campo del psiquismo propio: los *círculos de semejanza* y las *cualidades*. Para la constitución de estos conceptos es necesario ya el cuasi-análisis de vivencias.

Las cualidades

Dentro del sistema, los círculos de semejanza (*Ähnlichkeitskreise*) se definen como conjuntos todos cuyos elementos están relacionados entre sí por la relación de semejanza parcial *Ae*. En lenguaje realista, los círculos de semejanza son clases de vivencias que cumplen dos condiciones: *a*) cada dos vivencias de la clase son parcialmente semejantes entre sí; *b*) si

4. C. T. Morgan y E. Stellar, *Physiological Psychology*; y S. P. Grossman, *A Textbook of Physiological Psychology*, p. 147.

5. S. P. Grossman, *op. cit.*, pp. 498 y ss.

una vivencia es parcialmente semejante con todas las de la clase, entonces pertenece también a dicha clase. Pre-sistemáticamente, los círculos de semejanza son, pues, los máximos conjuntos que contienen vivencias todas semejantes entre sí, en el sentido de que todas tienen, dos a dos, alguna cualidad en común. Se entiende ahora por qué a la relación Ae la llama Carnap de semejanza *parcial*: para que dos vivencias sean semejantes basta que tengan alguna cualidad, es decir, algún componente suyo común. Pero esto es pre-sistemáticamente; sistemáticamente, aún no sabemos qué son las cualidades.

Ae es reflexiva y simétrica, pero no transitiva: una vivencia puede ser parcialmente semejante a otra, y ésta parcialmente semejante a una tercera y, no obstante, ser la primera y la última desemejantes. De aquí resulta que los círculos de semejanza determinados por Ae se traslaparán o cortarán: una misma vivencia puede pertenecer a distintos círculos de semejanza. (Es por esta razón que los círculos de semejanza todavía no pueden ser considerados cualidades.)

Veamos, ahora, cómo define Carnap las clases de cualidades (*Qualitätsklassen*) o simplemente cualidades.

Las *cualidades* se constituyen como subconjuntos de los círculos de semejanza; las cualidades son conjuntos que no se interseccionan: ha de estar bien determinado en cada caso en qué vivencias "aparece" una cualidad dada. La complicada definición que da Carnap de las cualidades en lenguaje textual discurre así:

Una cualidad es una clase de vivencias a tal que, para todo círculo de semejanza c , si el número cardinal de $a \cap c$ dividido por el número cardinal de a es mayor que $\frac{1}{2}$ entonces a está enteramente contenida en el círculo c ; y para toda vivencia x , tal que x no pertenece a a (no tiene la cualidad a), se verifica que existe un círculo de semejanza d , tal que $a \subset d$ y x no pertenece a d .

Formalizando esta definición en nuestro simbolismo y llamando Sem al conjunto de todos los círculos de semejanza:

a es cualidad $syss_{ar}$

$$\wedge c \in Sem \left(\frac{\text{card } (a \cap c)}{\text{card } c} > \frac{1}{2} \rightarrow a \subset c \right) \wedge$$

$$\wedge \wedge x \notin a \vee d \in Sem (a \subset d \wedge x \notin d)$$

Las cualidades son, pues, como una especie de "núcleos" encerrados en sí mismos de los círculos de semejanza. Estos núcleos han de satisfacer dos condiciones bastante fuertes dentro del sistema:

Primera, que si tienen una gran parte en común con un círculo c , entonces estarán totalmente dentro de c ; es decir, que respecto de cualquier círculo de semejanza, una cualidad sólo puede o estar totalmente contenida en él, o bien tener muy poco o nada en común. Esto lo expresa Carnap estipulando que la proporción de vivencias pertenecientes a la vez a la cualidad y al círculo respecto al número total de vivencias de la cualidad debe ser mayor que $\frac{1}{2}$. Naturalmente este valor es arbitrario

e igualmente se podría estipular una proporción de $\frac{2}{3}$ o $\frac{3}{4}$, etc.

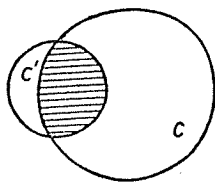
Lo importante es que la proporción sea de más de la mitad, "mayoritaria". Con esta primera condición, Carnap trata de evitar que una porción considerable de las vivencias de una cualidad pertenezcan a dos círculos de semejanza distintos, no incluidos el uno en el otro: en tal caso, las vivencias de la cualidad serían semejantes entre sí "por distintas razones" (por distintos círculos), no tendrían todas nada en común, es decir, la cualidad no sería tal cualidad.

Por la segunda condición, no puede ser que una vivencia que no pertenezca a una cualidad, pertenezca, no obstante, a todos los círculos de semejanza que contienen dicha cualidad. Si ello no ocurriera, no sabríamos nunca si una cualidad se da o no en una vivencia.

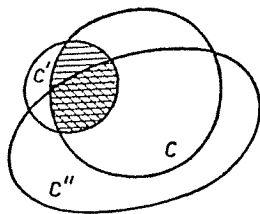
Quizá se entienda mejor esta definición de cualidad a partir de los círculos de semejanza viendo sencillamente cómo, según Carnap, transcurriría la construcción ficticia:

Para construir una cualidad, el sujeto ficticio A toma dos

círculos de semejanza que tengan ya en común un trozo considerable (por lo menos la mitad de uno de ellos):



A continuación, A toma otro círculo c'' que contenga más de la mitad de la intersección rayada $c \cap c'$,



Obtenida la intersección $c \cap c' \cap c''$ (porción a cuadros), A busca otro círculo que contenga más de la mitad de esa intersección; y así sucesivamente, hasta que se obtenga un subconjunto de todos los anteriores (la intersección final) que no sea cortado por ningún círculo: $c \cap c' \cap c'' \cap \dots \cap c^n$. Esto será una cualidad.

Inmediatamente después de haber construido las cualidades, Carnap pasa a definir dos nuevas relaciones: la *igualdad parcial entre vivencias* (Gl) y la *semejanza entre cualidades* (Aq). Dos vivencias son parcialmente iguales cuando hay una cualidad a la que ambas pertenecen; dos cualidades a y b son semejantes cuando cada una de las vivencias de a es parcialmente semejante (Ae) con cualquier vivencia de b , y recíprocamente.

Los sentidos

Mediante la relación Aq entre cualidades, se pueden constituir las diversas clases de sentidos y, en particular, el sentido de la vista, el más importante. Un sentido es una clase de cua-

lidades relacionadas todas ellas por "cadenas"- Aq (o sea, relaciones-potencia de Aq). La noción de cadena de relaciones es aquí central. Carnap entiende por cadena de relaciones lo que más frecuentemente se denomina en matemáticas "relación-potencia". Dada una relación R cualquiera, la cadena de esta relación es otra relación constituida por un número indefinido de pares de R , cada uno de cuyos términos está relacionado con el que le sigue y con el que le precede.

Por ejemplo, si tenemos $u R v$ y $v R w$ y $w R x$ y $x R z$, puede que no se cumpla $u R z$, pero entre u y z habrá una cadena de pares relacionados, lo cual se expresa por $u R_{po} z$.

Naturalmente, no entre cualquier par de elementos se cumplirá lo anterior. Las cadenas de R dividen el campo de definición de R en clases de equivalencia, es decir, en clases mutuamente excluyentes que agotan su campo de definición: a una misma clase y sólo a ella pertenecen todos los elementos entre los cuales se puede establecer una cadena de relación, quedando excluidos los que forman parte de otras cadenas.

Si pasamos ahora al caso particular de la relación Aq , podremos formar la relación-cadena Aq_{po} que nos dividirá el conjunto de todas las cualidades en clases de equivalencia. En estas clases, cada cualidad, aunque no sea semejante con otra de la misma clase, estará relacionada con ella más o menos "remotamente" por una sucesión de pares de cualidades semejantes, o sea por medio de Aq_{po} . En cambio, no se podrá establecer ninguna de estas sucesiones con una cualidad de una clase de equivalencia distinta. Dos cualidades de clases de equivalencia distintas serán, para decirlo en términos intuitivos, "incomparables" respecto a la semejanza. Cada una de estas clases de equivalencia es un *sentido*. Está claro intuitivamente que las cualidades de distintos sentidos son incomparables. Entre una mancha azul y otra roja puede establecerse una gradación de matices semejantes que vayan pasando paulatinamente del azul al rojo, pasando por el verde y el amarillo. Esto es posible porque azul y rojo son cualidades de un mismo sentido: el sentido de la vista. Pero entre una mancha azul y un determinado perfume no puede establecerse ningún tipo de gradación: pertenecen a sentidos distintos.

Para que esta división de las cualidades en clases de equiva-

lencia, o sea, en sentidos, sea correcta, Aq_{po} debe ser una relación de equivalencia (cosa que no es Aq sola). En un conjunto se da una partición en clases de equivalencia si y sólo si hay definida en él una relación de equivalencia. Hay que demostrar, pues, que Aq_{po} es una relación de equivalencia. Carnap no lo hace. Seguramente porque considera que esto está demostrado ya con toda generalidad para cualquier relación-potencia construida a partir de una relación cualquiera. Pero quizá no hubiera estado de más demostrar que Aq_{po} es relación de equivalencia, sin necesidad de recurrir a la noción matemática general. Como en nuestra reelaboración del Sistema Carnap —el Sistema T-S— no se plantea este problema de la división en sentidos (sólo consideramos un sentido, el de la vista), damos aquí la demostración de las propiedades requeridas de Aq_{po} .

Para ello hay que definir primero lo que se entiende por "composición" o "multiplicación" de Aq consigo misma: $Aq; Aq^2 = Aq \cdot Aq; Aq^3 = Aq \cdot Aq \cdot Aq$, etc. Lo definimos por recursión.

$$\text{Def. 1:} \quad \begin{aligned} a Aq^1 b &\leftrightarrow_{\text{ar}} a Aq b \\ a Aq^{n+1} b &\leftrightarrow_{\text{ar}} \forall c (a Aq^n c \wedge c Aq^1 b) \end{aligned}$$

Def. 2: Formamos la relación que resulta de la unión de las anteriores. Ésta es la relación-potencia o "cadena", Aq_{po} .

$$Aq_{po} =_{\text{ar}} Aq^1 \cup Aq^2 \cup Aq^3 \cup \dots \cup Aq^n \cup \dots$$

Teorema: Aq_{po} es una relación de equivalencia.

En efecto, es inmediato ver que es reflexiva y simétrica, pues Aq^1 lo es.

Veamos que es transitiva:

$$\left. \begin{aligned} a Aq_{po} b &\leftrightarrow a Aq^i b && \text{para } i = 0, 1, 2, \dots, n \\ b Aq_{po} c &\leftrightarrow b Aq^j c && \text{para } j = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \text{por Def. 2}$$

$$\begin{aligned} a Aq^i b \wedge b Aq^j c &\rightarrow a Aq^{i+j} c && \text{por Def. 1} \\ &\rightarrow a Aq_{po} c && \text{por Def. 2} \end{aligned}$$

q.e.d.

Luego Aq_{po} es transitiva e induce en el conjunto de las cualidades una partición en clases de equivalencia, que son los sentidos.

Los sentidos como espacios topológicos

Tanto pre-sistemáticamente (psicofisiológicamente) como sistemáticamente, es interesante asignar unas dimensiones a estas clases de cualidades que llamamos sentidos. Cada sentido vendrá diferenciado sistemáticamente por el número determinado de sus dimensiones. Pre-sistemáticamente, sabemos que la visión tiene cinco dimensiones: tres "cualitativas" (matiz, saturación y claridad) y dos "locales" (longitud y latitud).⁶ El sonido tiene tres dimensiones: intensidad, tono y timbre.⁷ En el olfato se distinguen tres dimensiones: cualidad, intensidad y duración; en el gusto, cuatro: los grados de dulce, salado, ácido y amargo.⁸ Quizá fuera posible también determinar los sentidos propioceptivos e intraceptivos por sus dimensiones, aunque sus cualidades son más confusas. En cualquier caso, queda claro que psicofisiológicamente el concepto de dimensión para los sentidos es fundamental. Pero también lo es dentro del sistema del *Aufbau*: el único modo de distinguir (de construir) el sentido de la vista, el más importante, es definiéndolo como *el único* sentido con cinco dimensiones. Naturalmente, aquí se plantea en seguida el problema de precisar la noción de dimensión para los sentidos. ¿Qué quiere decir que una clase de equivalencia de cualidades determinada por la relación Aq_{po} tiene la dimensión cinco?

Carnap no aclara suficientemente la cuestión. Sólo dice que el número dimensional viene dado por la relación topológica de "entorno" (v. *Aufbau*, § 97). Es evidente que cuando Carnap habla de las dimensiones de un sentido no quiere decir que las cualidades de este sentido sean determinables según un sistema de coordenadas métricas. Se trata aquí de "dimensión topológica". Ahora bien, en el momento de escribir Carnap el *Aufbau*, las nociones topológicas relacionadas con la dimensión aún no estaban bien definidas, y no creo que se pueda achacar exclusi-

6. John F. Dashiell, *Fundamentals of General Psychology*, p. 263.
7. Donald M. Johnson, *Essentials of Psychology*, pp. 73-76.
8. D. H. Fryer et al., *General Psychology*, p. 105.

vamente a Carnap su falta de claridad. Por lo que conozco, los primeros resultados definitivos de la nueva "Teoría de la dimensión", como rama especial de la topología general, no aparecieron sino hacia 1931⁹ y sólo fueron sistematizados en una teoría general por Hurewicz y Wallman con su *Dimension Theory*, en 1948. Es obvio, pues, que en 1928 Carnap no podía tener una precisión de los conceptos dimensionales. En cualquier caso, lo cierto es que actualmente no se permite hablar de "dimensión topológica" sin haber introducido previamente el concepto de *espacio topológico*, uno de los más primitivos en matemáticas, después del de conjunto.

La construcción del conjunto de las cualidades visuales (el sentido de la vista) como espacio topológico de cinco dimensiones, siguiendo las ideas de la teoría de la dimensión actual, la expondremos dentro de nuestro propio Sistema T-S, si bien allí no sería estrictamente necesaria tal construcción.

Observemos de paso que la topología general es particularmente fructífera en su aplicación al mundo fenoménico, en cualquier intento de dar a éste una estructura formal. Esto ha sido puesto de relieve por Nelson Goodman, quien dedica un extenso capítulo (el X) de su *Structure of Appearance*, al difícil tema de la topología de las cualidades.

Las sensaciones

Las sensaciones o datos sensibles, como elementos "atómicos" de la experiencia, que en Mach y Russell son introducidos en calidad de elementos primitivos de su sistema, en el Sistema Carnap, en cambio, son construidas en un estadio relativamente avanzado de la constitución. En el *Aufbau*, las sensaciones vienen definidas no como "elementos", ni clases de elementos, sino como relaciones, aunque relaciones de un tipo especial, puesto que están constituidas por un solo par.

Una sensación es un par ordenado $\langle x, a \rangle$, cuyo primer miembro es una vivencia x y el segundo una cualidad a a la que pertenece x . Con ello se trata de tomar las sensaciones como componentes individuales de las vivencias. Las cualidades son

9. Nöbeling, *Die neuesten Ergebnisse der Dimensionstheorie*.

clases, por así decir, "eternas" y "abstractas". Las sensaciones son las cualidades en cuanto se "actualizan" o concretan en una vivencia determinada. Podemos ver el mismo matiz de rojo en un cierto rincón del campo visual en dos o más vivencias distintas: en cada una de ellas se tratará de la *misma cualidad*, pero de *distinta sensación*, pues las vivencias son distintas. Podemos decir que en la sensación, al revés de la cualidad, interviene el parámetro tiempo (la vivencia). Y es a las sensaciones que se puede aplicar la noción de *simultaneidad*: dos sensaciones son simultáneas formalmente si coinciden en el primer término del par que las define (es decir, si ocurren en la misma vivencia), aunque su componente cualitativo puede ser distinto: $\langle x, a \rangle$ y $\langle x, b \rangle$ son dos sensaciones simultáneas. En cambio, $\langle x, a \rangle$, $\langle y, a \rangle$ no lo pueden ser; son sensaciones de la misma cualidad a tenidas en dos vivencias x e y distintas (§ 93).

El campo visual y el espectro de colores

A partir de las sensaciones, Carnap ya sólo se ocupa del sentido de la vista. Éste es, sin duda, el sentido más importante en todo sistema constitucional. Las dos grandes subestructuras que deben constituirse en él son el *campo visual*, como estructura de *localización* de las cualidades visuales y el *espectro* de los colores como estructura puramente *cualitativa*. Éstas son también las nociones últimas que Carnap define en el campo del psiquismo propio. El campo visual es imprescindible para el paso al mundo físico.

De las cinco dimensiones del sentido de la vista, ya hemos dicho que tres corresponden a la cualificación del color (matiz, saturación, claridad-oscuridad) y dos a la determinación bidimensional (arriba-abajo, derecha-izquierda) de los "lugares" o "puntos" del campo visual.

El campo visual deberá ser el conjunto de los lugares ordenados de determinada manera. Hay que definir primero los lugares y después establecer una relación de orden entre ellos. La *igualdad de lugar* será una relación entre cualidades que se verificará cuando entre ellas se dé lo que Carnap llama la relación de *ajenación*: dos cualidades son ajenas (*fremd*) cuando no tienen ninguna vivencia en común, o sea, cuando ambas no

ocurren nunca juntas en la misma vivencia. (Pre-sistemáticamente comprendemos que esta imposibilidad formal de darse en la misma vivencia será debida *casi* siempre a que ambas ocupan el *mismo lugar*. Resulta, entonces, que el conjunto de pares de cualidades de igual lugar es un subconjunto de los pares de cualidades ajenas. Este subconjunto puede construirse a partir del conjunto total de las cualidades ajenas mediante definiciones algo complicadas que ya expondremos en nuestra propia reelaboración del Sistema Carnap.) En definitiva, un lugar se define como un determinado conjunto de cualidades ajenas. Pre-sistemáticamente, un lugar visual debe ser imaginado como un pequeño punto en nuestra visión. Goodman lo describe como "parte mínima percibida del campo visual" (*Structure of Appearance*, p. 184).

Una vez definidos los lugares, para constituir el *campo visual*, se introduce una relación de orden entre lugares llamada *vecindad de lugar* ($Nbst$): es la relación entre lugares que tienen por lo menos dos cualidades semejantes entre sí. Según Carnap, mediante la relación de vecindad se pueden ordenar los lugares, y esta ordenación es el campo visual. Ahora bien, esta ordenación no puede ser directa a partir de $Nbst$, pues ésta no es una relación de orden (ya que no es transitiva). Carnap apunta (§ 117) que hay que construir una relación de orden a partir de $Nbst$, pero no dice cómo. En nuestro Sistema T-S hemos construido esta ordenación siguiendo un camino distinto. Hemos construido primero el campo visual como conjunto de lugares, y sólo después lo hemos ordenado.

Con los lugares y la relación $Nbst$, Carnap también constituye los *colores* y su espectro. Primero define la relación *igualdad de color en lugares vecinos* ($Glfarbnb$): se da la relación $Glfarbnb$ entre dos cualidades a y b cuando existen tres lugares K, L, M , vecinos entre sí por $Nbst$ y tales que a está en K , b está en L y las cualidades que aparecen en M semejantes a a son también todas semejantes a b . Esta definición se comprenderá mejor quizá viendo qué significa su negación. Si dos colores en lugares vecinos no son iguales es porque se pueden comparar con las cualidades que aparecen en un tercer lugar próximo a los anteriores, resultando que algunas de tales cualidades son semejantes a una de las cualidades correspondientes a un

color, pero no a la cualidad correspondiente al otro color. (En el Sistema Carnap la semejanza entre cualidades no sólo se debe al color, sino también al lugar: dos cualidades visuales son semejantes si tienen el mismo color en lugares próximos o aparecen en el mismo lugar con colores parecidos.) Si en la comparación de los dos colores primeros con los que aparecen en un lugar próximo, vemos que siempre que se da la semejanza con uno se da también con el otro, entonces es que ambos colores son iguales.

Hasta aquí sólo hemos definido la igualdad de color en lugares vecinos, no la igualdad de color en general. Ésta puede construirse como relación-potencia o "cadena" a partir de la $Glfarbnb$, la igualdad de color en lugares vecinos. Por muy alejados que estén dos colores, podremos seguir una sucesión de lugares intermedios, viendo para cada par si se conserva la igualdad de color. Dos cualidades diremos que son de igual color, si son los términos de una cadena de $Glfarbnb$. Por el mismo razonamiento seguido para Aq_{po} , se podría demostrar que $Glfarbnb_{po}$ es una relación de equivalencia. Las clases de equivalencia serán entonces los *colores*; dos cualidades, entre las que no se puede establecer ninguna $Glfarbnb_{po}$ pertenecen a colores distintos. Al igual que se ha constituido la vecindad de lugar una vez obtenidos los lugares, también puede definirse la relación *vecindad de color* ($Nbfarb$) a partir de los colores: dos colores son vecinos si tienen por lo menos alguna cualidad en común. Según Carnap, la ordenación de los colores que pueden obtenerse a partir de $Nbfarb$ es el *espectro*.

Con la constitución del color concluye la construcción formal de los principales objetos del campo del psiquismo propio. Resumiendo, la marcha general es la siguiente: a partir de la relación primitiva de recuerdo de semejanza, se constituye la relación de semejanza entre vivencias, los círculos de semejanza y las cualidades. Éste es un primer gran paso. Con las cualidades y la semejanza entre cualidades se construyen los sentidos como espacios topológicos de dimensiones determinadas. El sentido que tiene dimensión cinco es el más importante: la visión. Dentro de él se construyen dos estructuras fundamentales y hasta cierto punto paralelas: el campo visual, compuesto de lugares ordenados, y el espectro, compuesto de colores orde-

nados. Es de notar que el paralelismo formal entre campo visual y espectro es menor del que podría parecer a primera vista: el campo visual es lógicamente más básico que el espectro de colores, pues éstos se definen a partir de los lugares y sus relaciones. Esta diferencia formal corresponde, según Carnap, a una diferencia empírica:

“El comportamiento no-análogo de ambas ordenaciones respecto al formalismo de la constitución proviene del hecho de que la ordenación espacial es un *principium individuationis*, mientras que la ordenación cromática no lo es. Formalmente, esto se manifiesta en que, en una misma vivencia, dos cualidades distintas pueden pertenecer al mismo color, pero no al mismo lugar” (§ 118).

El tiempo en el psiquismo propio

Antes de pasar al mundo físico, Carnap señala en el § 120 el carácter que tendría una ordenación temporal fenoménica en su sistema. A partir de cadenas de recuerdo de semejanza, o sea, de la relación-potencia Er_{po} , podría obtenerse un orden temporal “provisional”. En efecto, la relación Er_{po} sería, además de irreflexiva y asimétrica, por serlo Er , también *transitiva*. Pero el propio Carnap admite que la relación Er_{po} no sería *conexa*, es decir, habría pares de vivencias de los que no podríamos decir cuál de las dos vivencias sería anterior a la otra. Carnap parece considerar este “hueco” como poco importante (§ 87), pues, según él, serían pocas las vivencias en las que esto ocurriría y además esta falta de comparabilidad temporal reflejaría un hecho psicológico: a veces no sabemos exactamente si una experiencia nos ocurrió antes o después de otra.

Sin embargo, la dificultad es mucho más grave de lo que Carnap supone: el hecho de que no podamos comparar dos vivencias en el Sistema Carnap proviene de que éstas no tengan ningún aspecto semejante entre sí, ni se pueda establecer ninguna cadena de semejanza entre ambas vivencias. Es muy dudoso que pre-sistemáticamente esta incomparabilidad cualitativa corresponda al hecho de que no podamos acordarnos de si una vivencia es anterior o posterior a otra. Esto es independiente de que las vivencias sean o no semejantes. Por otra parte, la transitividad de Er_{po} tampoco respondería a la transitividad temporal. Podemos establecer una cadena de recuerdos de semejanza

entre dos vivencias cualitativamente muy alejadas entre sí, pero que temporalmente estén próximas, más próximas que alguna de las vivencias intermedias de la cadena de semejanza.

Por todo ello, creemos que la constitución del tiempo en el *Aufbau* deja mucho que desear. Ésta es una de las razones por las que en el Sistema T-S hemos cambiado sustancialmente algunas nociones sobre el tiempo y, en consecuencia, sobre la base general del sistema.

II. *El mundo físico*

El paso del campo visual bidimensional al espacio físico intersubjetivo de cuatro dimensiones (que pertenece ya a otra esfera de objetos) es, como sabemos, uno de los pasos más decisivos para poner a prueba la corrección de un sistema fenomenalista.

Antes de atacar el problema (en §§ 125-127), Carnap cita algunos de sus predecesores en el intento de construir el espacio físico a partir del fenoménico: Russell con su teoría de los *sense-data* y de las perspectivas, Whitehead con su método de la abstracción extensiva y Poincaré con su correlación de espacio visual y espacio kinestésico y su introducción de los cuerpos sólidos rígidos antes de construir el espacio geométrico.

Algunos quieren seguir el proceso psicológico lo más cercanamente posible. Éste es el caso de Poincaré, sobre todo, no sólo en su intento citado en las páginas 38-39, sino aún más en el capítulo IV de su obra *La ciencia y la hipótesis*, donde distingue un “espacio representativo”, que no es ni homogéneo, ni isótropo (y por tanto no es euclídeo), entre el espacio visual y el euclídeo. Carnap, para su sistema, considera innecesario construir este espacio intermedio, pues como hipótesis no tiene ningún valor científico y su realidad psicológica es dudosa; por otro lado, es posible pasar directamente del campo visual bidimensional al espacio tetradimensional de Minkowski, estableciendo una adecuada correspondencia.

R⁴

Sistemáticamente, sabemos ya que la ordenación de los objetos físicos que construyamos deberá tener por lo menos tres

dimensiones: dos que correspondan a la bidimensionalidad del campo visual y una más que responda a la ordenación lineal de las vivencias que llamamos tiempo y que es independiente de la bidimensionalidad de la localización. Pre-sistemáticamente sabemos además que esta estructura debe satisfacer condiciones de continuidad y que hay que añadir una dimensión más para que las leyes físicas sean formulables: para describir completamente el movimiento de una partícula son necesarias tres derivadas parciales respecto del tiempo. Extra-sistemáticamente sabemos que la mínima estructura matemática que cumple estos requisitos es el espacio vectorial R^4 , es decir, un espacio cuyos vectores son tétradas ordenadas de números reales. R^4 es el cuádruple producto cartesiano del conjunto de los números reales consigo mismo: $R^4 = R \times R \times R \times R$. Esta estructura formal interpretada físicamente es un modelo del espacio-tiempo o *espacio de Minkowski*.

El espacio de Minkowski es, como se sabe, la estructura físico-geométrica propuesta en 1908 por Minkowski como marco de referencia para la expresión de las ecuaciones de la recién nacida teoría de la relatividad especial. En el espacio de Minkowski, ni espacio ni tiempo pueden considerarse ya como entidades separadas, sino que, según frase del propio Minkowski, "únicamente una especie de unión entre ambos conserva una realidad independiente".¹⁰ La relación básica que define este espacio es la *relación de invariancia*: dados dos sistemas inerciales S y S' (dos observadores), si las coordenadas cartesianas de un suceso son (x, y, z, t) para S y (x', y', z', t') para S' , entonces la relación de invariancia establecida entre ambos grupos de coordenadas, expresada euclideanamente, es

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

Esta relación de invariancia permite construir el fundamental concepto tetradimensional de *intervalo*, característico de la teoría de la relatividad.

El espacio de Minkowski es un espacio tetradimensional; es

10. Citado por S. J. Prokhovnik en *The Logic of Special Relativity*, p. 28.

decir, los sucesos puntuales vienen determinados en él por cuatro coordenadas. Ello no significa, empero, que ya por esta sola razón el espacio de Minkowski deba considerarse un espacio no-euclídeo. Si se toman como coordenadas x, y, z, τ , en que $\tau^2 = -c^2t^2$, tendremos un espacio euclídeo (es decir, un espacio con una métrica euclídea). Pero, generalmente, por razones pragmáticas, se siguen tomando las cuatro coordenadas tradicionales x, y, z, t . Entonces, se obtiene un espacio tetradimensional *hiperbólico*.

Los equivalentes del punto y de la recta tridimensionales en el espacio de Minkowski son el *punto-universo* y la *línea-universo*. La "vida" de una partícula o de un rayo de luz puede representarse gráficamente como un *haz* de líneas-universo. Esta representación es lo que se llama *diagrama de Minkowski*.¹¹ Carnap intentó, muy sumariamente, construir el diagrama de Minkowski a partir de su mundo fenoménico ya constituido. Nosotros trataremos luego de avanzar un paso más en la empresa de Carnap.

Carnap demuestra informalmente que las entidades físicas de R^4 son, por lo menos en parte, construibles a partir de las entidades fenoménicas hasta aquí constituidas. Creo que su esbozo es, en lo fundamental, correcto, aunque nosotros lo expondremos en el Sistema T-S formalmente con mayor precisión. Veamos aquí cómo discurre su (esbozo de) construcción.

A los elementos de R^4 se les llama *puntos-universo* (*Welt-punkte*).¹² Los cuatro números reales que caracterizan cada punto se llaman sus *coordenadas*. Por convención, se llama al primer número de cada tétrada la coordenada *tiempo* (físico).

Para construir el mundo físico "que percibimos", a estos puntos de R^4 hay que hacerles corresponder las cualidades. En esta correspondencia general cualitativo-puntual, lo más importante es la asignación de *manchas de color* a los puntos-universo.

11. Cf. S. J. Prokhovnik, *op. cit.*, pp. 29-32.

12. Traducimos *Weltpunkt* por "punto-universo" y *Weltlinie* por "línea-universo", siguiendo la terminología usual en los Departamentos de física de las universidades españolas.

La colorificación de R^4

Carnap expone muy resumida e informalmente las construcciones previas que hay que realizar para que la asignación de manchas de color a R^4 sea adecuada. (Todas ellas quedarán más claras, así lo esperamos, en nuestra constitución del "mundo perceptivo".) Las nuevas entidades construidas son:

1) Una sucesión de puntos-universo llamados *puntos de vista* (*Ausblickpunkte*) (en lenguaje pre-sistemático: cada punto de vista es un "momento de mi ojo"). En estos puntos se ha de cumplir que las tres coordenadas espaciales sean función continua del tiempo.

2) *Perspectivas* (*Blicklinien*) de un punto de vista son las semirrectas que parten de él (pre-sistemáticamente: los rayos de luz que inciden sobre el ojo) y forman un ángulo determinado γ con el eje negativo del tiempo. γ es muy aproximadamente igual a 90° , aunque no enteramente. Su valor viene dado por la fórmula

$$\gamma = \text{arc tg } c$$

siendo c la velocidad de la luz ($= 300.000$ km/s).

(Carnap no explica por qué asigna este valor a γ ; se explicará en el apartado correspondiente de nuestra constitución, p. 250.)

3) Se establece una aplicación biyectiva entre el conjunto de las vivencias y un subconjunto del conjunto de los puntos de vista; esta biyección debe estar construida de tal modo que a una vivencia temporalmente posterior a otra dada, le corresponda también un punto de vista de coordenada t mayor.

4) Las perspectivas han de hallarse distribuidas de modo que a sensaciones visuales de lugares vecinos del campo visual les correspondan perspectivas que formen entre sí un ángulo muy pequeño.

5) Dada una sensación de color, al color le aplicaremos un punto-universo llamado *punto de color* (*Farbpunkt*).

6) Hay puntos-universo a los cuales corresponden colores que, en un cierto momento, no son vistos. Estos puntos visibles pero no vistos, que pertenecen a un haz de perspectivas, forman

una región bidimensional en R^4 ; generalmente representan superficies de cuerpos.

7) Cada punto de color pertenece a una *línea-universo* (*Weltlinie*). Una línea-universo es un arco de curva continua tal que a cada valor de la coordenada t le corresponde un punto de color visto o no visto, pero en principio visible. La existencia y continuidad de la línea-universo expresa la condición de que un punto-universo visto, también "está allí" antes y después en el tiempo. Las líneas-universo, para poder estar determinadas, deben cumplir aún otras condiciones respecto a su curvatura y ángulos, que Carnap especifica, pero en las que no es preciso entrar aquí.

Los objetos físicos de percepción

Una vez definidos los puntos-universo y las líneas-universo, se pueden constituir los *objetos visuales*, como tipo más elemental de objetos de percepción. Si, en un haz de líneas-universo, las líneas que lo integran permanecen en relaciones de proximidad espacial durante cierto intervalo de tiempo, entonces diremos que la clase de puntos-universo pertenecientes a este haz durante este intervalo de tiempo forma un objeto visual. Si, además, las relaciones métricas entre las líneas-universo son constantes, diremos que el objeto es *rígido*. El *estado* de un objeto visual en un momento determinado es la intersección de este objeto con una clase espacial ("clase espacial" es una clase de puntos de R^4 todos los cuales tienen la misma coordenada t).

Un objeto visual peculiar es el que llamamos "*mi cuerpo* (visual)" y al que podemos designar por *MC*. *MC* viene definido por ser el único objeto visual que cumple las siguientes condiciones:

1) Cada estado (en el sentido definido) de *MC* está muy próximo al punto de vista que lo percibe (a "mi ojo").

2) En ningún cuerpo se puede ver simultáneamente toda su superficie. Pero en la mayoría de cuerpos, el estado del cuerpo puede ser considerado una superficie cerrada en el sentido de que todos sus puntos son visibles en algún momento. La superficie de *MC*, en cambio, siempre es abierta, pues hay partes de *MC* (los ojos, la nuca, la espalda) que nunca pueden ser

vistos (el reflejo de ellos que se ve en un espejo o en una fotografía son evidentemente parte de *otros* objetos visuales, por fieles que sean en su reflejo).

3) Las líneas-universo de *MC* tienen con el "sentido táctil" una correlación de tal tipo que, cuando estas líneas interseccionan las de otro objeto visual, se produce simultáneamente la correspondiente "sensación táctil" en la vivencia.

4) Análoga correspondencia existe con el "sentido kinestésico".

Para obtener los *objetos tacto-visuales* (*Tastsehdinge*), que son de tipo superior, hemos de constituir primero los *objetos táctiles*. Para ello se procede de manera muy similar al método de colorificación del espacio-tiempo: se establece una biyección entre las cualidades táctiles y algunos puntos-universo. Se obtienen así puntos de tacto, que constituyen los objetos táctiles. Los puntos de tacto pueden coincidir o no con los puntos de color. Un ejemplo notable de puntos de tacto que no corresponden a ningún punto de color son los que forman los ojos, la nuca, la espalda: una parte de la superficie de mi cuerpo consiste en líneas-universo que sólo pertenecen a puntos de tacto. Por ello, mi cuerpo (tacto-visual) sólo llega a consistir en una "cosa" cerrada mediante el sentido del tacto.

La constitución de los objetos tacto-visuales es un momento importante en esta parte del Sistema Carnap. A partir de ella, se acelera la constitución de los restantes objetos del mundo físico. Mediante la asignación correcta de coordenadas espaciales a las distintas partes de mi cuerpo, pueden definirse los restantes órganos de los sentidos: orejas, nariz, lengua. Los sentidos de la audición, olfato y gusto, en cuanto conjuntos de cualidades, pueden ser correlacionados con estos órganos. (Todo esto, sin embargo, es demasiado vago en el *Aufbau* para que merezca ser discutido aquí con detalle.)

En resumen, si aplicamos a los objetos tacto-visuales las cualidades correlacionadas con los otros sentidos, obtendremos los *objetos de percepción* en general, que no son más que una nueva extensión (poco importante ya) de los objetos tacto-visuales. El mundo espacio-temporal con estas asignaciones de cualidades de diversos sentidos correlacionados entre sí es el *mundo de la percepción* o *mundo perceptivo* (*Wahrnehmungswelt*).

El mundo de la física

El mundo físico perceptivo que hemos constituido hasta aquí no debe ser confundido con el mundo físico propiamente dicho, es decir, el mundo de la física (*physikalische Welt*). La diferencia entre ambos estriba en que este último resulta simplemente de la asignación de las llamadas *magnitudes físicas* a los puntos de R^4 . Estas magnitudes físicas suelen venir expresadas en valores métricos o en "números con dimensiones", como a veces se dice en los manuales de física. Ejemplos de tales valores métricos son: 3 m, 5 kg, 9,8 m/s², etc.

La utilización de tales valores permite la máxima precisión en el establecimiento de leyes físicas expresadas matemáticamente, lo cual puede considerarse el objetivo supremo de la constitución del mundo de la física. Este mundo es precisamente el conjunto de tales leyes.

Para pasar del mundo perceptivo al mundo de la física hay que construir una correspondencia entre ambos que Carnap denomina "correspondencia *físico-cualitativa*". Para ello, primero debe establecerse una aplicación biyectiva entre los *puntos* del mundo de la física y los del mundo perceptivo; una vez establecida la biyección entre puntos, se construye una relación de uno-a-varios entre las cualidades y las magnitudes físicas que cumpla lo siguiente: cuando se haya asignado a un punto físico con su entorno topológico una o varias magnitudes físicas de cierta estructura (numérica), entonces siempre se le asignará al correspondiente punto-universo del mundo perceptivo la cualidad correspondiente a esa estructura.

La relación de expresión

Los procesos orgánicos, por medio de los cuales se definen los *organismos*, es decir, los objetos biológicos, forman parte del mundo de la física en sentido lato. Una subclase de los organismos son los *hombres*, que pueden definirse directamente por sus semejanzas de forma y estructura con *MC*. La clase de los hombres es el campo de definición de una relación que, aunque se halla en el dominio de la física, tiene poca impor-

tancia en él, y en cambio es fundamental para la constitución del estadio siguiente del Sistema Carnap: las mentes ajenas. Se trata de la relación de *expresión*.

La definición constitucional de esta relación es la siguiente: a una clase de procesos psíquicos propios se le hace corresponder una clase de sucesos físicos, la "expresión". Estos sucesos físicos aparecen simultáneamente (dentro de cierto margen) a los procesos psíquicos correspondientes y consisten en determinados sonidos y/o movimientos corporales (gestos, muecas, etcétera).

III. *Las mentes ajenas*

Para la constitución del campo del psiquismo ajeno se utiliza la relación de expresión, ya constituida, aplicada a los otros hombres (a sus cuerpos) *más* las "señales" que me dan sus cuerpos. Los objetos del psiquismo ajeno sólo se pueden aplicar a una clase especial de objetos físicos: los cuerpos de los demás hombres. Los objetos del psiquismo ajeno son, además, objetos del psiquismo propio; no es necesario que las vivencias de los otros hayan sido también *mis* vivencias, pero sí es necesario que hayan sido *mías* las partes componentes (las cualidades) de aquellas vivencias. Si hubiera alguna parte del psiquismo ajeno que no hubiera sido *mía*, yo no podría entender su expresión.

Si la fisiología del sistema nervioso central estuviese lo suficientemente desarrollada, es de suponer, dice Carnap, que la constitución de las mentes ajenas sería más fácilmente realizable a través de la (hipotética) relación *psicofísica*, es decir, la correlación que existe entre mis sucesos psíquicos y los de mi sistema nervioso central. Pero dado que en la psicofisiología hay aún grandes lagunas, la constitución de las mentes ajenas solamente puede llevarse a cabo en un nivel, por así decir, "macroscópico" (o conductista, si se quiere).

La designación y la declaración

Aparte de la relación de *expresión* (que se da entre el psiquismo propio y sucesos de mi cuerpo), tenemos la de *señalización* entre objetos en general, por la que se dice que un objeto

es "signo" de otro. Una subrelación de esta última es la importantísima relación de *designación* o *denotación* (*Zeichengebung*). Presistemáticamente, las designaciones son las manifestaciones habladas o escritas de los otros hombres. La constitución de la designación parece ser muy difícil ("más difícil que cualquiera de las constituciones realizadas hasta aquí", dice Carnap en el § 141). No es posible dar reglas constitucionales que permitan deducir directamente el significado (dentro del sistema) de un determinado signo sonoro o visual. Parece que la única posibilidad que se le ocurre a Carnap es dar una especie de leyes probabilísticas de confirmación de la relación designativa:

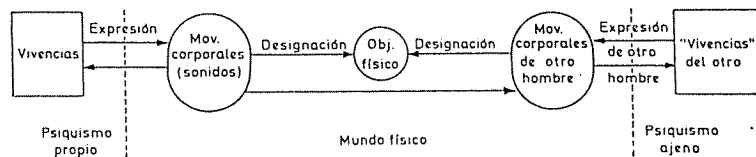
"Lo único que se puede hacer es indicar cómo se pueden proponer primero ciertas hipótesis y cómo estas hipótesis, después de la aparición repetida de los sonidos, han de ser abandonadas o más y más confirmadas" (§ 141).

Una relación paralela a la designación, e igualmente difícil de constituir, es la relación de *declaración* (*Angabebeziehung*). Lo que la designación es al nombre, es la declaración al enunciado (descriptivo). La relación de declaración es la que se da entre el enunciado y el hecho referido por él. Las declaraciones de los demás hombres me permiten conocer dos cosas: los hechos a que se refieren y además el hecho de que los otros conocen estos hechos. Naturalmente, antes de utilizar una declaración, hay que comprobar su veracidad. Esto se hace comparando el hecho declarado con otros ya conocidos, y con las relaciones entre ellos.

Los sistemas fenomenalistas de los demás y la intersubjetividad

La importancia de las relaciones de expresión, designación y declaración estriba en que por medio de ellas, sólo de ellas, se pueden constituir las mentes ajenas. Procediendo por analogía, postulamos como "sostén" de las relaciones de designación y declaración en los otros hombres, una relación de "expresión en el otro"; el contradominio de esta relación es, por así decir, una parte del dominio de la relación de designación, y su dominio

lo denominamos *la mente del otro*. En esquema, esta serie de relaciones se disponen así:



Partiendo de los movimientos corporales y sonidos de determinado hombre H , se puede constituir el estadio superior de las "vivencias" de H , la "mente" de H . En vez de la relación fundamental Er , obtendremos para H la correspondiente Er_H , y a partir de aquí las definiciones constitucionales de los objetos "mentales" de H serán las mismas que las del campo del psiquismo propio, pero poniendo siempre el subíndice H a los términos definidos. Así se construye el mundo de H y, en último término, "el sistema constitucional de H ". Debemos observar, empero, que con ello no se ha abandonado el psiquismo propio como verdadera base primitiva. El sistema constitucional de H es una rama de *el* sistema constitucional. Si llamamos S al sistema constitucional y S_H al de H , tendremos $S_H \subset S$.

Ahora bien, lo cierto es que, estructuralmente, entre S y S_H hay una gran medida de analogía. En los casos más simples se puede pasar de los objetos constituidos en el primero a los objetos constituibles en el segundo poniendo sencillamente el subíndice H . Sin embargo, en los casos más complejos, este procedimiento tan sencillo nos llevaría a error. Un ejemplo trivial es el siguiente: MC (mi cuerpo) no es lo mismo que MC_H ("mi cuerpo" desde el punto de vista de H , o sea, *su* cuerpo). Por esta asimetría, entre otras razones, hay que proceder cuidadosamente al emplear el esquema gráfico anterior.

No obstante, a pesar de semejantes asimetrías, existe una coincidencia espacio-temporal y cualitativa por lo que respecta a los objetos del mundo perceptivo y de la física, tanto en S como en S_H . Entre el mundo físico de S y el mundo físico de S_H existe una aplicación tal que entre los puntos-universo del primero existen las mismas relaciones formales que entre los

puntos-universo del segundo. Ésta es la que Carnap llama "correspondencia intersubjetiva" (*intersubjektive Zuordnung*).

Al igual que se establece una correspondencia intersubjetiva entre S y S_H , también se podrá establecer entre S y S_K, S_L , etc., siendo K, L , etc., "otros hombres". Existe, pues una *correspondencia intersubjetiva general* entre todos los subsistemas y el sistema. Es evidente que esta correspondencia es reflexiva, simétrica y transitiva, o sea, una relación de equivalencia. A las clases de equivalencia que resultan de ella las llamaremos *objetos intersubjetivos*. El conjunto de estos objetos es el mundo intersubjetivo. Éste es el mundo de la ciencia.

IV. Los objetos espirituales o culturales¹³

Carnap se extiende muy brevemente (§§ 150-151) sobre esta parte del sistema. Distingue dos grandes tipos de objetos culturales: los *primarios* y los *complejos*. Los objetos culturales primarios, que no presuponen la constitución de otros objetos culturales, se construyen a partir de sus *manifestaciones*, que hay que considerar como procesos psíquicos. No está nada claro cuáles son los objetos culturales que habría que tomar como primarios, debido al escaso desarrollo de la psicología de la cultura; Carnap apunta que serían ciertos hábitos sociales bastante simples, como, por ejemplo, el hábito de saludarse.

Sobre la base de los objetos culturales primarios, se podrían constituir los objetos culturales más complejos, con el auxilio de conceptos psicológicos y físicos ya constituidos. Entre los objetos complejos más importantes, Carnap menciona los *grupos sociológicos* (familia, tribu, Estado). Éstos deben definirse como *relaciones* y no como *clases* de objetos, por el hecho de que la ordenación de los elementos dentro del grupo es una característica esencial del mismo.

Finalmente, por encima de la esfera de los objetos culturales, podría discutirse la constructibilidad del campo de los *valores*; pero la realidad misma de este campo, como estructura de vali-

13. Carnap llama "objetos espirituales" lo que en nuestro ámbito lingüístico se preferiría llamar "objetos culturales".

dez intersubjetiva (científica) es discutible. En todo caso, la constitución de los valores (éticos, estéticos, religiosos, biológicos) no debería hacerse, según Carnap, a partir de los objetos culturales, sino a partir de determinada especie de vivencias (o mejor dicho, de *componentes* peculiares de las vivencias): los *sentimientos de valor*.

III. — DISCUSIONES EN TORNO AL "AUFBAU"

En la literatura filosófica posterior al *Aufbau*, los análisis y críticas, aun sólo negativos, han sido poco frecuentes en comparación con los de otras obras de calibre filosófico semejante. Esto puede deberse a dos razones: 1) a la dificultad de discutir la constitución carnapiana como no sea familiarizándose con las cuestiones técnicas de la misma, y 2) al hecho de que el propio Carnap se desinteresara, casi inmediatamente después de escribir el *Aufbau*, por el fenomenalismo, dedicándose a otros temas, y de que, desde entonces, el único sistema fenomenalista construido ha sido el de Goodman que, por lo demás, posee características formales bastante distintas del Sistema Carnap.

Entre las críticas de carácter general que se han hecho al *Aufbau*, está la acusación de "dogmatismo", la cual es manifiestamente injusta y proviene de críticos (generalmente filósofos del lenguaje corriente) que no se han leído con atención el texto; en diversos puntos subraya Carnap que la constitución podría realizarse de otro modo, en otro orden: por ejemplo, tomando como base lo psíquico en general o el mundo físico. Si en el momento de escribir el *Aufbau* eligió como base de constitución el psiquismo propio fue, como él mismo reconoce en su *Intellectual Autobiography* (p. 18), por razones históricas y pragmáticas.

Como es sabido, pocos años después, Carnap habría de abandonar esta preferencia por el psiquismo propio en favor de una base *fisicalista*. Este cambio se debió sobre todo al influjo del "cuasi-materialista" Otto Neurath, según el cual, partir de una base fisicalista, ya intersubjetiva por definición, se correspondía mejor con el modo actual de proceder en las ciencias empíricas.

Llamando Carnap I al Carnap de la época del *Aufbau* y

Carnap II al posterior, ha sido en gran medida debido a la crítica de Carnap II sobre Carnap I que la vía abierta por el *Aufbau* se ha convertido casi en una vía muerta. El único gran continuador del fenomenalismo ha sido Nelson Goodman. En su contribución al volumen de Schilpp dedicado a Carnap, titulada *The Significance of "Der logische Aufbau der Welt"* (pp. 545-558), Goodman pone en claro la naturaleza de los prejuicios "anti-*Aufbau*", incluidos los del propio Carnap II, que en general están faltos de consistencia.

Aunque el propio Goodman considera inadecuada —por razones distintas— la teoría de la constitución carnapiana, contesta punto por punto a los ataques filosóficos hechos a esta teoría. Divide a los oponentes en tres grandes grupos: 1) los que atacan el fenomenalismo como tal; 2) los enemigos de los métodos construccionistas o "reductivistas" en general; 3) los que, sin atacar el fenomenalismo en principio, consideran inadecuadas ciertas características metodológicas de la constitución carnapiana, como el método extensional y el de las definiciones explícitas.

No entraremos aquí en el detalle de estas críticas y de las réplicas de Goodman, a mi juicio, convincentes. Remitimos para ello al citado ensayo. Baste hacer notar que las críticas del primer grupo se caracterizan por una falta de precisión (cuando no por una confusión) acerca de *lo que* critican y de *por qué* lo critican; las del segundo grupo provienen simplemente de corrientes metafísicas anti-intelectualistas e irracionalistas que confunden los problemas de la construcción formal (lingüística) de conceptos con especulaciones ontológicas; las críticas más serias y precisas son las del tercer grupo, las que se refieren a la técnica del procedimiento de construcción del mundo. Han sido hechas, entre otros, por Carnap II; pero Goodman las considera fuera de lugar, porque descansan fundamentalmente en errores lógicos y terminológicos.

A pesar de mostrar que las críticas hechas al *Aufbau* no son pertinentes, Goodman no prosiguió en su *The Structure of Appearance* por el camino trazado por Carnap. Esto se debe, en parte, a motivos extra-sistemáticos (el nominalismo de Goodman). Estos motivos no nos interesan aquí. Pero Goodman también plantea, dentro del sistema, dificultades técnicas que él

considera letales para el Sistema Carnap. En nuestra reelaboración de este sistema, expondremos las dificultades presentadas por Goodman y veremos que no son tan fatales como él cree.

Con todo, es evidente que en ese monumental edificio lógico que pretende ser el *Aufbau* existen importantes defectos de construcción que lo hacen tambalear. Aunque más que con defectos inherentes al sistema, con lo que tropezamos es con grandes lagunas. Falta mucho por construir y, de lo construido, mucho lo está sin precisión. Ya hemos visto cómo la única parte formalizada realmente es la del mundo fenoménico. Las construcciones de nivel superior (especialmente de las otras mentes y de los objetos culturales) fueron muy apresuradas y poco convincentes. Naturalmente, Carnap reconoce estas últimas carencias sin ambages; mantiene que su principal propósito era mostrar la efectividad del método en un solo campo como modelo: el del psiquismo propio (§ 106). Y en este respecto compartimos la admiración de Quine en *From a Logical Point of View*:

“Carnap logra definir una amplia colección de importantes conceptos sensoriales adicionales que, si no hubiera sido por sus construcciones, no habríamos ni soñado que fueran definibles sobre una base tan escasa” (p. 39).

Pero el caso es que incluso en el campo del psiquismo propio, por no hablar de los demás, faltan muchas cosas por hacer. Aparte de que sería deseable una mayor precisión formal, Carnap no presenta una constitución correcta de objetos tan importantes como son, por ejemplo, el tiempo fenoménico o las cualidades no-visuales.

Creemos, además, que la base escogida por Carnap, formada únicamente por la relación *Er*, es realmente demasiado restringida para los propósitos del sistema. Esto lo vio el propio Carnap en sus últimos años. Al reconsiderar su intento, en el prólogo a la segunda edición del *Aufbau* (1961) dice:

“Como conceptos fundamentales elegiría entonces algunas relaciones entre tales elementos, quizá la relación temporal ‘x es anterior a y’, la relación de la vecindad espacial en el campo visual y en los campos de otros sentidos, y la relación de semejanza cualitativa, por ejemplo, la semejanza cromática.”

Nuestras propias investigaciones en el intento de reformular la constitución carnapiana nos han llevado a ampliar la base originaria de manera análoga a la propuesta por Carnap II, aunque no tan extensamente: sólo hemos añadido *una* relación a la semejanza cualitativa: el orden temporal; la vecindad espacial la construimos a partir de la semejanza.

Pero antes de pasar a la presentación de nuestro Sistema T-S, elaborado a partir del *Aufbau*, expondremos brevemente el sistema fenomenalista, bastante distinto, de Nelson Goodman.

CAPÍTULO IV

LA ESTRUCTURA DE LO FENOMÉNICO
SEGÚN NELSON GOODMAN*Quién es Nelson Goodman*

Goodman es uno de los filósofos norteamericanos más activos, conocidos y discutidos en estos últimos años, en los Estados Unidos. Le gusta clasificarse a sí mismo como filósofo *construccionista*, aunque se ha ocupado también profundamente de cuestiones de lógica pura y de análisis lingüístico. En cualquier caso, sus intereses filosóficos se han orientado predominantemente hacia dos direcciones distintas: por una parte, hacia una teoría de la inducción y de la confirmación, tal como aparece, por ejemplo, en su obra *Fact, Fiction and Forecast*; por otra parte, hacia la construcción de sistemas formales interpretados, es decir, la reconstrucción lógica de (ciertas zonas de) la realidad, particularmente de la realidad "cualitativa". Su obra principal en este segundo campo —el único que aquí nos interesa—, y que fue también su primera obra mayor, es *The Structure of Appearance*, publicada por primera vez en 1951, reeditada con modificaciones importantes en 1966.

Goodman ha sido discípulo del pragmatista "moderado" C. I. Lewis, en Harvard. Probablemente es Lewis quien más ha influido en el conjunto de la labor filosófica de Goodman. Sin embargo, si hubiera que encasillarlo en alguna corriente de pensamiento (y esto es discutible), sería más bien en el empirismo lógico que en el pragmatismo. Después de Lewis, en la evolución filosófica de Goodman han jugado un importante papel Quine y Carnap. Quine, por lo que respecta al nominalismo básico y sin compromisos de Goodman, así como en su método

lógico íntimamente ligado a tal nominalismo. Carnap, en cuanto al objetivo "construccionista" de buena parte de la obra de Goodman: el precedente inmediato y reconocido de *The Structure of Appearance* (a la que en lo sucesivo llamaremos *Structure*) es el *Aufbau*. No obstante, las "ganas de construir" están en Goodman mucho más reprimidas que en Carnap.

No sólo en *Structure*, sino también en numerosos ensayos y artículos se ha ocupado Goodman del análisis y de la construcción de sistemas fenomenalistas. Su primer intento a este respecto lo constituyó su tesis doctoral *A Study of Qualities*. Con todo, Goodman afirma repetidamente que esto no significa que se adhiera al fenomenalismo como doctrina filosófica, ni que pretenda que un sistema fenomenalista sea "mejor" que uno fisicalista, por ejemplo. Distintos sistemas pueden tener distintas ventajas, y la elección de un sistema u otro depende de los objetivos concretos que se tengan en vista. En este punto debo decir, sin embargo, que me siento algo escéptico respecto de este supuesto neutralismo de Goodman. Pues, por un lado, el escaso interés que Goodman demuestra por el "rival" del fenomenalismo, o sea, el fisicalismo, y la ardiente defensa que hace en su ensayo, ya citado, *The Significance of "Der logische Aufbau der Welt"*, del sistema del *Aufbau* contra el Carnap fisicalista posterior, me parecen un indicio de que Goodman considera, en realidad, que el fenomenalismo es mucho más apto para la reconstrucción racional de conceptos empíricos que el fisicalismo.

De todos modos, mucho más clara y tajante es la postura lógica de Goodman, por cuanto reconoce ser firme partidario del nominalismo en lógica, frente a lo que actualmente se denomina platonismo lógico, aproximadamente lo que en la terminología escolástica correspondería al "realismo" como solución al problema de los universales. (Goodman usa el término "realista" aplicado a su propio sistema con un significado distinto.) Al igual que Quine, Goodman rechaza cualquier modo de dar realidad, aunque sólo sea lingüística o matemática, a las clases. Su universo es de individuos (lógicos) y nada más. El instrumento técnico que Goodman utiliza para formular con precisión su nominalismo lógico es el llamado "Cálculo de individuos", fundado por Lesniewski hacia los años veinte, y que Goodman y Quine han desarrollado considerablemente.

La estructura de "Structure"

El sistema fenomenalista de Goodman aparece detalladamente en la parte central de su obra. Es esta parte la que aquí vamos a examinar. En ella, después de hacer unas consideraciones generales sobre la estructura y significado de los distintos sistemas posibles de reconstrucción de la experiencia, Goodman expone, analiza y critica el Sistema Carnap; finalmente, en esta misma parte, construye su propio sistema fenomenalista, al que, para diferenciarlo del de Carnap, atribuye el calificativo de "realista", ya veremos por qué.

La exposición que hace Goodman de su propio sistema está hecha con gran detalle y precisión, al revés del carácter provisional y precipitado que tiene el "esbozo" del *Aufbau*. La contrapartida de esta morosidad es que Goodman restringe mucho su campo de investigación: se limita a lo que Carnap denominaría la constitución del psiquismo propio (visual, añadimos), y prácticamente no trata del "problema del puente".

La parte central de *Structure* está precedida de una parte lógica, en la que se presenta el aparato formal que se va a emplear en la erección del sistema y que, como hemos dicho, se basa en el cálculo de individuos de Lesniewski. La última parte del libro está dedicada al análisis de ciertos problemas particulares dentro del marco del sistema propuesto: el problema de la ordenación de las cualidades; una topología de cualidades, impresionante por la dificultad de los problemas planteados y por la habilidad de Goodman (y colaboradores suyos) en resolverlos; y finalmente un capítulo, que casi podríamos calificar de "ameno" en comparación con los anteriores, dedicado al análisis de los conceptos temporales.

El título general de la parte central es: "Sobre las cualidades y lo concreto"; es relativamente independiente de las partes primera y última. El análisis de éstas, por lo demás, nos conduciría a escribir más de lo que ya va escrito en este libro, de modo que las abandonamos. Para exponer el Sistema Goodman me centraré, pues, en los capítulos VI, VII y VIII de *Structure*, que constituyen el núcleo de la obra. Pero antes vale la pena exponer resumidamente las características generales del Sistema Goodman por comparación a otros sistemas posibles o actuales.

Lucha de sistemas

El Sistema Goodman es un sistema *nominalista, fenomenalista y realista*. Es nominalista por oposición al *platonismo* (en el sentido de Quine). Es fenomenalista por oposición al *fisicalismo*. Es realista por oposición al *particularismo*. Veamos en qué consisten estas diferencias.

La dicotomía *nominalismo-platonismo* se refiere al aparato lógico empleado. Un sistema platonista admite, en su cálculo lógico, clases de individuos, además de individuos, como entidades reales; es decir, las variables del cálculo pueden tomar valores que sean individuos o bien clases de individuos. "Clases", en el sentido de entidades subsistentes por sí mismas, aparte de los individuos que las componen; una clase es una entidad distinta de la mera yuxtaposición o suma de los individuos que contiene.

Un sistema lógicamente nominalista, por el contrario, no admite como valores de las variables del cálculo más que individuos. De todo de lo que tiene sentido hablar en un tal sistema es solamente de individuos. No hay clases, en el sentido de algo distinto a la suma de individuos. La suma o yuxtaposición de individuos es otro individuo. La diferencia entre una concepción nominalista y una platonista se ve clara en el siguiente ejemplo:

Consideremos la provincia de Gerona, los municipios de que está formada y los metros cuadrados que abarca. Para un sistema platonista, a pesar de que el contenido de esas tres entidades es, en último término, el mismo, las tres entidades son distintas. La provincia de Gerona "en sí" es una unidad "abstracta" (una clase) que no es idéntica a la colección de los municipios gerundenses, ni a la suma de sus metros cuadrados. Para el nominalista, en cambio, se trata sólo de tres nombres distintos para una misma entidad.

La diferencia entre platonismo y nominalismo se traduce técnicamente en la diferencia que hay entre emplear un *cálculo de clases* y un *cálculo de individuos*. En un cálculo de individuos también tienen entrada predicados como "estar contenido en", "ser parte de", "ser suma de", etc., que muchos creen que son típicos de un cálculo de clases. La individualidad no signi-

fica aquí indivisibilidad, ni homogeneidad, ni cosas parecidas. Cualquier cosa puede ser un individuo con tal de que no se le considere precisamente como una clase.

Goodman se inclina decididamente por el nominalismo. Le parece éste más "natural" y económico que el platonismo, en el sentido de que no multiplica innecesariamente las entidades consideradas en el sistema. Por lo demás, si fuera necesario, sería más fácil traducir un sistema nominalista en uno platonista que al revés.

La forma específica de Cálculo de individuos que Goodman adopta en su sistema la veremos más adelante.

Fenomenalismo versus fiscalismo. — La elección entre nominalismo o platonismo es una elección entre dos diferentes técnicas lógicas, entre dos cálculos no-interpretados. Pero las otras dos diferencias de sistemas que hemos apuntado se refieren a diferencias de interpretación semántica: según la base que se tome para reconstruir lógicamente el mundo, tendremos un sistema fenomenalista o fiscalista, realista o particularista. Todos estos sistemas tienen en común que son empiristas, es decir, las unidades básicas de construcción serán siempre unidades "observables" o "perceptibles". La diferencia entre fenomenalismo y fiscalismo consiste en que las unidades básicas de un sistema fenomenalista son elementos fenoménicos (cualidades, vivencias, *sense-data*), mientras que las de los sistemas fiscalistas serían elementos físicos (cosas, procesos, sucesos espacio-temporales).

Respecto a la elección de uno u otro tipo de sistemas, Goodman es más "tolerante" que respecto al platonismo. Él se decide por el fenomenalismo, pero subraya varias veces que el fenomenalismo y el fiscalismo no tienen por qué oponerse como mutuamente excluyentes: cada uno sirve para un tipo determinado de problemas, y aunque los fiscalistas pretenden que su sistema es más "universal" que un sistema fenomenalista, suponiendo que esto fuera cierto (que no está probado), un sistema más parcial que otro puede servir mejor para resolver determinadas cuestiones que el sistema más universal.

En cualquier caso, lo que nunca puede impulsarnos a decidir entre un sistema fenomenalista y uno fiscalista son razones

de orden epistemológico, tales como las de cuáles son las entidades que vienen dadas más inmediatamente en la experiencia. A Goodman le parece que esta cuestión no sólo es difícil de resolver, sino que seguramente carece de sentido. En definitiva, lo que importa es construir un sistema que ordene y organice lógicamente bien los datos de la experiencia.

Realismo versus particularismo. — Dentro de los sistemas fenomenalistas, todavía se puede establecer una división en dos categorías: sistemas realistas y sistemas particularistas. La diferencia también proviene de las unidades básicas que se tomen para la construcción del sistema: aunque en ambos casos deberán ser elementos fenoménicos, en un sistema realista serán elementos cualitativos no-concretos, mientras que en un sistema particularista serán elementos particulares relacionados temporalmente. Los *qualia* de Goodman son del primer tipo; las *vivencias* del *Aufbau* son del segundo tipo. Los primeros son en sí mismos atemporales, los segundos no.

La distinción entre realismo y particularismo no tiene nada que ver con el platonismo y el nominalismo, a pesar de lo que a primera vista pueda parecer. Para construir un sistema realista o uno particularista, se puede utilizar tanto un Cálculo de clases como un Cálculo de individuos. El Sistema Goodman es un sistema realista con una lógica nominalista, mientras que el sistema del *Aufbau* es particularista y emplea una lógica platonista; pero a lo largo de su obra Goodman apunta en varios lugares una reformulación del Sistema Carnap que, sin dejar de ser particularista (es decir, siguiendo con las vivencias como unidades básicas), usara el Cálculo de individuos.

Goodman se muestra, *en principio*, igual de "tolerante" para los sistemas particularistas y realistas. Pero, ciertamente, sus predilecciones se dirigen hacia el realismo. Más adelante parece incluso que juzga que hay obstáculos insuperables en el programa particularista para la construcción de cualidades.

El sistema rival. — Goodman dedica un capítulo entero de su obra a la exposición y análisis crítico del único otro gran sistema de reconstrucción efectiva de la experiencia existente: el Sistema Carnap. Ambos sistemas son fenomenalistas, pero el

Sistema Carnap es platonista y particularista, mientras que el Sistema Goodman es nominalista y realista.

Existe, además, una importante diferencia de estilo y finalidad: la obra de Carnap es mucho más ambiciosa, y por esto mismo, tiene un carácter más provisional y menos riguroso que la de Goodman. Carnap pretende constituir de algún modo todo el mundo de la experiencia y de la ciencia; Goodman, en cambio, se limita a reconstruir el mundo de la experiencia fenoménica, especialmente las cualidades.

Prescindiendo de deficiencias de menor importancia, Goodman encuentra en el *Aufbau* dos fallos que le parecen radicales: lo que él llama la *dificultad de compañía* y la *dificultad de la comunidad imperfecta* (*difficulty of companionship* y *difficulty of imperfect community*) (pp. 161-164). Según Goodman, estas dificultades impiden, por principio, una construcción correcta de las cualidades en el Sistema Carnap. En el capítulo dedicado a la semejanza y a las cualidades en nuestro Sistema T-S, examinaremos detalladamente las objeciones de Goodman.

I. — EL SISTEMA GOODMAN

El aparato lógico

Consiste en unos cuantos signos definidos solamente dentro del Cálculo de individuos, más otros signos no-definidos. De estos últimos, Goodman sólo emplea uno que es especial del Cálculo de individuos: la relación diádica \circ , que se lee *traslapa a* (en inglés: *overlaps*). Este es el único signo primitivo necesario en el Cálculo de individuos utilizado por Goodman. Es una relación cuyos términos son individuos. Mejor dicho, los individuos del sistema se definen como términos de esta relación. Dos individuos x , y se "traslapan", " $x \circ y$ ", si y sólo si ambos individuos tienen alguna parte en común. Esta relación es reflexiva y simétrica, pero no transitiva.

También podemos decir que dos individuos x , y se traslapan si y sólo si hay un individuo z —totalmente "contenido" en x e y — tal, que todo individuo w que traslapa a z , también traslapa a x y a y .

Los demás signos no-definidos que aparecen en el sistema son los usuales en todo cálculo lógico (conjunción, disyunción, condicional, cuantificadores, etc.). Las variables x , y , z , ..., se refieren únicamente a individuos, nunca a clases. (No se utiliza aquí la relación diádica ϵ , ni ningún otro símbolo peculiar del Cálculo de clases o Teoría de Conjuntos.)

De entre los signos definidos, los hay especiales del Cálculo que utiliza Goodman, mientras que otros son los habituales en lógica. Veamos cuáles son los nuevos signos:

Discreto de (\neg): $x \neg y \leftrightarrow_{\text{df}} \neg x \circ y$

Parte de ($<$): $x < y \leftrightarrow_{\text{df}} \wedge z (z \circ x \rightarrow z \circ y)$

Parte propia de (\ll): $x \ll y \leftrightarrow_{\text{df}} x < y \wedge \neg y < x$

Entre los ya conocidos, aunque definidos diferentemente en el Sistema Goodman, están:

Idéntico a ($=$): $x = y \leftrightarrow_{\text{df}} \wedge z (z \circ x \leftrightarrow z \circ y)$

Producto ($()$): $xy =_{\text{df}} \wedge z (\wedge w (w < z \leftrightarrow w < x \wedge w < y))$

Suma ($+$): $x + y =_{\text{df}} \wedge z (\wedge w (w \circ z \leftrightarrow w \circ x \vee w \circ y))$

Negación (\neg): $\neg x =_{\text{df}} \wedge z (\wedge w (w \neg x \leftrightarrow w < z))$

Además de estos signos lógicos, la primitiva en el Sistema Goodman es la *relación de "compresencia"* (*togetherness*), que se designa por la letra W , como signo extra-lógico, o sea, sistemático. De ella hablaremos en seguida.

Los qualia

Con el aparato lógico anterior se puede pasar ya a la construcción del sistema. Antes de construir, suponemos que ya hemos hecho una buena labor de descomposición: hemos dividido la corriente de la experiencia en *concreta* y éstos a su vez, en *qualia*. Veamos, primero, qué son los *qualia*.

La palabra es un neologismo latino acuñado por Lewis. El singular de "qualia" sería "quale". Pero lo interesante no es, naturalmente, la etimología de esta palabra pseudolatina, sino ver si su empleo tiene alguna aplicación. Parece que sí: sirve para distinguir ciertos modos de usar las palabras cualitativas de

otros modos de usarlas. Hay, fundamentalmente, dos maneras distintas de predicar un color, por ejemplo, de una cosa (estas dos maneras corresponderían, en castellano, más o menos, a la diferencia que existe entre predicar con "ser" o con "estar"). Cuando decimos que "el campo *es* verde" no afirmamos lo mismo que cuando decimos solamente que "el campo *está* o *aparece* verde, en tal momento y en tales circunstancias". El primer enunciado es mucho más fuerte y discutible que el segundo. La diferencia se traduce, para Lewis y Goodman, en la diferencia que hay entre predicar una *propiedad* cualitativa permanente de una cosa (el color "verde") y afirmar simplemente un *carácter* cualitativo que se *presenta* en un momento determinado (el color "verde" que *aparece*). Estos últimos caracteres presentados ante la experiencia son los *qualia*, que se distinguen de las propiedades cualitativas permanentes. "Ser verde" es una propiedad, mientras que "aparecer verde" es un quale.

Naturalmente, esto no significa que propiedades y qualia sean cosas absolutamente distintas. La asignación de propiedades a objetos de experiencia se basa en la representación más o menos repetida, más o menos clara y en condiciones más o menos canónicas u óptimas de ciertos qualia.

El uso del término "qualia", por diferenciación del término "propiedades", parece bastante aceptable y útil para resolver muchos problemas epistemológicos. Sin embargo, los enunciados en que se hacen adscripciones de qualia tienen un aspecto algo estrambótico; a pesar de los esfuerzos de Goodman por eliminar este aspecto desde un punto de vista pragmatista, no hemos conseguido evitar cierta sensación de rareza ante estos enunciados. En efecto, los enunciados de *qualia* son *inverificables*: aunque un mismo quale puede, en principio, repetirse en la corriente de la experiencia, nunca lo sabremos efectivamente, pues es imposible repetir una presentación pasada. Si son inverificables y, con todo, verdaderos, es que son indudables. Pero es sorprendente que enunciados *empíricos*, como forzosamente deben ser las predicaciones de qualia, puedan ser absolutamente ciertos. Goodman pretende eliminar esta desagradable impresión sosteniendo que el carácter indudable de esos enunciados es que son *decretos*: "por decreto", cierta presentación de un objeto tiene los qualia tal y cual. Añade, en seguida, que esos decretos no son del todo

arbitrarios, sino que se les da un visto bueno según su conveniencia y resultados prácticos en la formulación de enunciados subsiguientes. Goodman da algún ejemplo de decretos "perversos" que contradirían decretos "naturales" y acarrearían, por tanto, consecuencias catastróficas en la reconstrucción de la experiencia. Pero no creo que sea difícil imaginar ejemplos en que ni siquiera un criterio pragmático pueda decidir entre decretos contradictorios.

Con todo, estas dificultades son más bien técnicas y probablemente no representen una grave objeción a la teoría general; lo interesante es comprender el papel primordial que juegan los qualia en el Sistema Goodman. Los qualia son los ladrillos de su construcción, lo mismo que las vivencias eran los ladrillos de la construcción carnapiana. Pero, a diferencia de los ladrillos de Carnap, los de Goodman no son concretos, sino abstractos, en el sentido de que no existen en el espacio-tiempo; los qualia son "eternos". A partir de ellos se componen los particulares concretos de la experiencia, que podrían ser, por ejemplo, las vivencias de Carnap. En vez de tratarse de una abstracción, se hace entonces una *concreción*.

Como todo lo demás en el Sistema Goodman, los qualia son individuos y, por ende, son los "átomos" del sistema. Pero que sean individuos y además individuos atómicos no significa que puedan considerarse pre-sistemáticamente aislados de la corriente de la experiencia; decir que los qualia son individuos, significa sólo que se les puede aplicar la operación lógica de "traslapar", y decir que son átomos no implica que sean las unidades últimas en que se dé la experiencia: no se hace ninguna hipótesis epistémica.

Las categorías (pre-sistemáticas) de qualia que Goodman admite en su sistema son: *colores, sonidos, grados de calor, momentos y lugares visuales*, y quizás algunas más, pero Goodman, en realidad, sólo es explícito para con las tres categorías de qualia *visuales*: color, lugar y tiempo.

Es de notar que en las categorías visuales no se incluyen qualia de tamaño y de forma. La razón que da Goodman es que formas y tamaños *no pueden* ser nunca qualia. Al final de esta exposición veremos por qué y cómo hay que considerar formas y tamaños.

Hacia la constitución de las unidades concretas

La oposición esencial entre un sistema particularista como el de Carnap y uno realista como el de Goodman es la oposición que hay entre *abstracción* y *concreción*. En el *Aufbau*, dadas las unidades particulares, concretas, a saber, las vivencias, había que definir a partir de ellas clases de particulares, a saber, las cualidades. Esto es hacer abstracción. Aquí, al revés, se tratará de definir los individuos particulares, los *concreta*, como los llama Goodman, a partir de los *qualia*, que no son concretos. Esto es hacer concreción. Un "concretum" deberá ser una entidad concreta en la que figure uno y sólo un miembro de cada categoría del sentido al que pertenezca el concretum. Por ejemplo, un concretum visual será una entidad compuesta de un color *más* un lugar *más* un momento.

Ahora bien, para definir una cosa a partir de otra, tanto en el *Aufbau* como aquí, hay que establecer una relación primitiva, formalmente indefinible, entre los individuos que ya tenemos. En un sistema particularista, la relación debe ser de semejanza entre particulares; en un sistema realista como el de Goodman, debe ser una relación de *compresencia* entre *qualia*: dos *qualia* serán compresentes (estarán presentes el uno junto al otro) si pre-sistemáticamente se dan en el mismo concretum. Por ejemplo, un color y el lugar o tiempo en que se da el color son compresentes. La compresencia no puede darse entre *qualia* de distintos sentidos: no puede darse la compresencia de un color y un sonido, aunque se den simultáneamente. Pero tampoco puede darse la compresencia entre dos *qualia* del mismo sentido si ambos pertenecen además a la misma categoría: no pueden ser compresentes dos tonos de color, pues, por definición, nunca se darán en el mismo concretum. Podemos considerar, además, que un *quale* nunca será compresente consigo mismo; entonces, la relación de compresencia será evidentemente irreflexiva, simétrica e intransitiva.

Pero no basta con esta relación de compresencia de *qualia* para definir exactamente lo que es un concretum. Necesitamos introducir una subentidad: el *complejo*. Un complejo comprende, por lo menos, un *quale* y a lo sumo todos los *qualia* de un

concretum; o sea, concreta y *qualia* serán los casos límite de los complejos. Por tanto, si logramos definir los complejos a partir de la relación de compresencia, tendremos definidos los concretos como caso límite.

Los complejos tienen que ser, por así decir, conglomerados de uno, dos, tres, en general n *qualia* distintos que (pre-sistemáticamente) sepamos que pertenecen todos a un mismo concretum, que sean por tanto todos distintos entre sí y sean todos compresentes unos con otros. Un *bicomplejo* consistirá en dos *qualia* compresentes de un concretum. La noción parece no ofrecer dificultades; parece que podríamos definir, en general, " n -complejo" como una entidad consistente en n *qualia*, todos los cuales sean compresentes dos a dos. Pero una definición tan descuidada no funcionaría bien, en ciertos casos especiales, para $n > 2$.

En efecto, supongamos que queremos definir el tricomplejo formado por el color c más el lugar l más el instante t . Si sólo exigimos que c esté junto con l , l esté junto con t y t esté junto con c , todavía puede ocurrir que c , l , t no pertenezcan a la vez a un concretum común, pues para ello sería necesario que además de estar cada *quale* junto con el otro *quale*, estuvieran los tres *juntos a la vez*. No basta con que el color c esté en el lugar l , que c se dé en el instante t y que l esté en el instante t , sino que c debe estar en l cuando t .

Este problema, llamado por Goodman "problema de la comunidad imperfecta" es el que, según él, hace inadecuada la definición de cualidades en el *Aufbau*. Es para resolver esta dificultad, entre otras razones, que usa un Cálculo de individuos. Para Goodman, sin este cálculo no puede darse una redefinición de la compresencia que evite esta dificultad.

En efecto, dentro del Cálculo de individuos, no sólo serán individuos los átomos del sistema, sino también la "suma" de dos o más átomos. Con ello se puede definir la relación de compresencia de tal modo que se pueda dar no sólo entre *qualia*, sino entre cualesquiera complejos distintos de un mismo concretum, a excepción de ese mismo concretum. La compresencia, entonces, puede darse no sólo entre el individuo x y el y , y entre el x y el z , sino además entre el individuo x y el individuo $y + z$. Ésta es una condición más fuerte.

Si expresamos esta relación de compresencia por W , $xWy + z$ no será equivalente a $xWy \wedge yWz \wedge xWz$, sino que indicará que x, y, z están *juntos a la vez* en un concretum.

Así, $cWl + t$ expresará que "el color c se da en el lugar l en el instante t ".

Con esto podemos dar ya una definición de complejo y de concretum. Un *complejo* se define como todo individuo en el que cualquier parte discreta del mismo es compresente con el resto del mismo individuo. Siendo "Cm" la abreviación de complejo:

$$Cm x \leftrightarrow_{df} \Lambda y \Lambda z (y + z < x \wedge y \lrcorner z \rightarrow yWy)$$

El dominio de la relación W está constituido por lo que Goodman llama las *unidades básicas* de su sistema. Todas las unidades básicas son complejos, pero el recíproco no es cierto, pues hay un tipo de complejo, el concretum, que no pertenece al dominio de W .

Un *concretum* se define, precisamente, como un complejo que no es compresente él mismo con ningún individuo. Siendo \mathcal{C} el signo para concretum:

$$\mathcal{C} x \leftrightarrow_{df} Cm x \wedge \Lambda y (\neg xWy)$$

Los concreta son, a la vez, los complejos más grandes y las unidades no-básicas más pequeñas. Son los únicos complejos que no son parte propia de ningún complejo superior, pero todas cuyas partes son complejos. Por ejemplo, una mancha-de-color-instantánea (que es un concretum visual) consta de las siguientes partes: la misma mancha-de-color-instantánea; el lugar ocupado por la mancha, el color de la mancha, el instante (tenemos tres qualia); la mancha-de-color, el lugar-instantáneo, el color-instantáneo (tres bicomplejos). Todas estas partes son complejos.

Finalmente, a todos los individuos de su sistema que no son complejos, los denomina Goodman *compuestos*. Los compuestos son compuestos de concreta; son "más grandes" que los concreta.

Tenemos ya la gradación completa de las categorías de individuos en el Sistema Goodman; de qualia se pasa a complejos, de complejos a concreta y de concreta a compuestos.

Cualidades y cualificación

Un punto central en el Sistema Goodman es, naturalmente, la constitución de las cualidades. Cualidad es aquello que cualifica. Cualidad se puede definir, pues, en términos de *cualificación*. Aquí hace Goodman de nuevo agudas distinciones entre varias modalidades de cualificación; ante todo, entre cualificación *elemental* y cualificación *compuesta*.

La *cualificación elemental* se aplica sólo a complejos. La llamaremos "cualificación-K", porque viene dada por el predicado diádico o relación K , que se lee "es cualidad (del complejo)" y que se define así:

$$xKy \leftrightarrow x \ll y \wedge Cm y$$

Se dice que " x es cualidad-K del complejo y " o que " x K-cualifica a y " o que " y es un caso (en inglés: *instance*) de la cualidad x ". K es una relación irreflexiva, asimétrica y transitiva.

No sólo los qualia, sino todos los complejos no-concretos pueden ser cualidades-K de un complejo. Y, recíprocamente, "casos" de cualidades-K lo son todos los complejos (incluidos concreta), a no ser los qualia. Un complejo que no sea quale ni concretum puede ser cualidad y caso a la vez. Por ejemplo, una mancha-de-color es un caso de su color y a la vez una cualidad-K del concretum mancha-de-color-ahora.

Dos casos de una misma cualidad se traslapan, pues la cualidad será una parte común a ambos. Con esto se resuelve el viejo problema de cómo puede ser que dos concreta enteramente separados "participen" de una misma cualidad: simplemente, no pueden ser "enteramente" separados si tienen una cualidad en común.

Ahora bien, no todo enunciado del lenguaje corriente en que se habla de la cualificación de un individuo por otro puede formalizarse mediante la sencilla cualificación-K. Cuando el caso en que se da una cualidad no es un complejo subconcreto, sino un concretum o un compuesto, no vale la cualificación-K. Entonces hablaremos de *cualificación compuesta*. Dentro de ésta, Goodman descubre dos tipos que es preciso considerar: "cualificación parcial" y "cualificación uniforme".

La *calificación parcial* o "calificación-Kp" ocurre, por ejemplo, cuando una presentación fenoménica *b* extendida espacio-temporalmente, presenta un color *c* entre otros colores. Entonces decimos que *c* cualifica parcialmente a *b*. Ello ocurre, por definición, si y sólo si *c* K-cualifica a alguna parte de *b*. Kp se define, pues, en función de K:

$$x Kp y \leftrightarrow_{df} \forall z (z < y \wedge x K z)$$

La *calificación uniforme* o "calificación-Ku" se dará, sistemáticamente, en el caso en que una cualidad cualifique "completamente" un individuo; por ejemplo, cuando una presentación *b* se presenta con un solo color *c*. La definición formal de calificación-Ku es: "x Ku-cualifica a y si y sólo si x es parte propia de y y x es compresente con cada quale del resto de y":

$$x Ku y \leftrightarrow_{df} x \ll y \wedge \wedge z (Qu z \wedge z < y - z \rightarrow x W z)$$

(en que "Qu z" se lee: z es un quale).

Es evidente que la calificación-K es la más fuerte de las tres definidas y la calificación-Kp la menos fuerte:

$$x K y \rightarrow x Ku y \rightarrow x Kp y$$

Con lo dicho hasta aquí sobre la calificación podemos ya interpretar y delimitar algunos usos del lenguaje corriente cuando trata de cualidades:

Decir que una presentación extensa es roja, por ejemplo, es decir, en el sistema, que hay algún quale rojo que Kp-cualifica la presentación.

Decir que una presentación es toda ella roja es decir, en el sistema, que hay algún quale rojo en todas sus partes, aunque esto no es equivalente a la calificación uniforme, pues en el lenguaje corriente no se exige que esté *el mismo* quale rojo en todas partes, sino sólo que en todas partes haya algún quale que sea rojo.

Decir que una presentación cubre *exactamente* la mitad derecha del campo visual, es decir que cada sección de esa mitad Kp-cualifica la presentación y que, además, ésta, a su vez, es

exhaustivamente divisible en partes, cada una de las cuales está K-cualificada por alguna sección de la mitad derecha del campo visual.

Tamaño y forma

Hemos aludido más arriba a que formas y tamaños en ningún caso podían ser qualia en el Sistema Goodman. La razón es que, para que algo sea un quale, es necesario que cualifique un compuesto, y para ello es condición necesaria y suficiente que haya una parte del compuesto que tenga ese quale. Pero esto no se puede aplicar a formas y tamaños, por pequeñas que sean las unidades de los mismos que consideremos. En efecto, del hecho de que una parte del compuesto tenga un tamaño o una forma determinados no se infiere que el compuesto total tenga esa misma forma y tamaño: en general, esto no ocurrirá. Por ejemplo, ninguna de las secciones de un individuo circular es un círculo. Y, recíprocamente, la suma de círculos generalmente no es otro círculo; en cambio, la suma de dos rojos o de dos lugares es también un rojo o un lugar.

Goodman se ve obligado, pues, a dar a formas y tamaños un tratamiento especial. Los términos que los expresan no pueden referirse a individuos del sistema, porque todo individuo del sistema debe ser suma de átomos del mismo, y éste no es el caso para formas y tamaños: ni hay formas o tamaños atómicos, ni pueden considerarse las formas y tamaños como suma de átomos de color, lugar y tiempo. Veamos cómo construye Goodman estos dos conceptos.

Del *tamaño* no podemos aquí dar una definición totalmente correcta, pues para ello sería necesario definir previamente el predicado *es un lugar* y diferenciarlo de los demás predicados cualitativos. Esto lo hace Goodman en la tercera parte de su libro, donde las cuestiones tratadas son mucho más complicadas y técnicas. Nosotros no entraremos en esta precisión, y supon-dremos aquí que ya sabemos lo que significa sistemáticamente "es un lugar".

Admitido esto, parece entonces que sería fácil definir el tamaño de un individuo *x* considerando el número de lugares que contiene. Pero en un sistema nominalista no se pueden utilizar

números como valores de variables. Más bien hay que definir a la vez *tamaño* y *número de lugares* a partir de un predicado más general. Este predicado o relación será *Z*, que se lee: *es de tamaño agregado igual*. ("Agregado" significa aquí que al comparar el tamaño de los dos individuos que estén en la relación *Z*, se han de considerar todas las categorías de qualia que contienen uno y otro.)

El caso es, empero, que *Z* no puede definirse a partir de la relación de compresencia *W*. Sería entonces una nueva primitiva dentro del sistema. Sin embargo, también en la tercera parte prueba Goodman que *Z* y *W* son definibles a partir de la relación más general *A*: *está unido a*.

En cualquier caso, a partir de la pseudo-primitiva *Z* se define la relación *G*: *es agregadamente más grande que*:

$$x G y \leftrightarrow_{df} \forall v (v \ll x \wedge v Z y)$$

Pero lo que aquí más nos interesa es definir el tamaño *espacial*, y éste resulta como un caso especial de *Z*, la relación *Zs*: *es de tamaño espacial igual*:

"*x Zs y* *sys* *df* o bien ni *x* ni *y* contienen lugares, o bien la suma de los lugares de *x* está en la relación *Z* con la suma de los lugares de *y*."

Y análogamente se puede definir *Gs* — *es de tamaño espacial más grande que*— como caso especial de *G*.

En cuanto a las *formas*, Goodman les da un tratamiento más informal que al tamaño. Sólo dice que la forma cualitativa de los individuos depende de la *ordenación* de los qualia de una categoría en un individuo. Según las categorías, puede haber varios tipos de formas, es decir, ordenaciones: además de haber formas *espaciales*, que dependen de la disposición y relación mutua de los lugares en el individuo, hay también formas *cromáticas* (disposición de diferentes colores según su ordenación en el espectro, *no* según su ordenación espacial) y formas *temporales*. Las formas cromáticas son descritas burdamente en el lenguaje corriente por predicados tales como "coloreado armiosamente" o "coloreado complementariamente", etc., y son determinantes para la aprehensión estética visual.¹ En cuanto

1. Estas consideraciones están en la base de la última gran obra de

a las formas temporales se expresan, por ejemplo, en el ritmo de los sonidos.

Sin embargo, para la vida práctica, las formas más importantes son las espaciales (y por ello están también más precisadas en el lenguaje corriente); ellas permiten reconocer espacialmente a un mismo individuo, a pesar de que varíe de lugar (y de color y de situación temporal), es decir, la forma permite dar *estabilidad fenoménica* espacial a los individuos con qualia cambiantes.

En resumen, si conocemos exactamente la ordenación y naturaleza de los qualia de una determinada categoría en un individuo, conoceremos también (por lo menos, en principio) el tamaño y la forma que presenta el individuo en esa categoría. El recíproco no es cierto: si conocemos la forma y el tamaño de un individuo no hemos determinado aún cuáles son los qualia que contiene y cómo están dispuestos. Luego, los enunciados acerca de los qualia de un individuo tienen prioridad de contenido cognoscitivo respecto de los enunciados acerca de forma y tamaño. Por eso, a los términos de qualia se les puede llamar *iniciales* y a los términos de forma y tamaño, *finales*. Como de costumbre, Goodman nos previene de que esto no implica una jerarquía epistemológica o psicológica.

Con esto hemos agotado los temas o conceptos principales estudiados en *Structure*: elementos cualitativos, relaciones entre ellos, unidades concretas, modos de cualificación, formas y tamaños. Todas las demás cuestiones tratadas en la obra son preparación o completación de estos temas.

II. — APRECIACIÓN FINAL DE "STRUCTURE"

Structure es un modelo de precisión terminológica y conceptual, e incluso argumentativa. Esta sola razón sería ya suficiente para hacer de esta obra objeto de estudio profundo. Creo que Goodman nos ha proporcionado el "vocabulario básico"

Goodman, *Languages of Art*, donde emprende justamente una reestructuración formal de los distintos lenguajes artísticos.

con el que tratar en lo sucesivo todas las cuestiones relacionadas con sistemas fenomenalistas y construccionales en general.

En principio, no parece que haya "huecos" importantes en el Sistema Goodman, quiero decir, cuestiones no tratadas que deberían haberse tratado según los objetivos propuestos. Esto ocurre, sin embargo, al precio de una gran restricción del objetivo y del alcance del sistema. Quizá tal restricción es la alternativa más sensata, dado el estado presente de las investigaciones en este campo. No obstante, mi opinión es que todo sistema fenomenalista debería tratar de esbozar, por lo menos, la construcción del mundo físico, aunque sólo sea el mundo físico "cotidiano" y no el de la física.

Este paso, al que hemos llamado "problema del puente", me parece una especie de "test" para todo sistema fenomenalista. Goodman sostiene que la descripción formal de los hechos puramente fenoménicos, el hallazgo de problemas interesantes en este campo y de sus soluciones es ya de por sí muy valioso:

"En mi opinión, la descripción sistemática de los fenómenos proporciona por sí misma respuestas genuinas a problemas importantes... Así, una descripción semejante me parece que tiene un valor que es bastante independiente de nuestra habilidad para resolver el problema de dar una descripción fenomenalista del mundo físico" (p. 379).

Goodman tiene razón, sin duda, pero no "toda la razón". Es difícil quedar satisfecho con un sistema fenomenalista que nos parezca describir adecuadamente el mundo de las cualidades, pero que se muestre impotente para el paso al mundo físico. Esto no debe entenderse como una objeción de principio al sistema de Goodman. En muchos sentidos, éste es el sistema fenomenalista "más perfecto" existente hasta la fecha.

En nuestra reelaboración del sistema carnapiano, sin embargo, no seguiremos la vía de Goodman. Continuaremos con un sistema sintácticamente platonista y semánticamente particularista (según la terminología empleada por Goodman), en vez de adoptar el nominalismo y realismo de *Structure*. Quizá no sea precisa en absoluto ninguna argumentación ni polémica para justificar esta toma de posición. El propio Goodman, siguiendo

el espíritu de Carnap, adopta un "principio de tolerancia" de sistemas construccionales: sólo importa de uno de tales sistemas que esté bien construido y que sea máximamente potente. A pesar de todo, vamos a proponer dos argumentos en contra del nominalismo y del realismo de Goodman.

La "lógica nominalista", es decir, el Cálculo de individuos, es muy poco utilizada en investigaciones lógicas, metodológicas y filosóficas en general, fuera del ámbito de Quine y Goodman. Ni que decir tiene que no lo es en absoluto en las ciencias constituidas. Es una propuesta interesante desde un punto de vista lógico, pero de la cual no se sabe bien hasta dónde puede llegar. La lógica clásica, "platónica", por el contrario, se conoce muy bien. En este respecto creemos más prudente cierta dosis de conservadurismo. Por otra parte, no vemos nada especialmente perverso en el uso de variables que se refieren a clases, clases de clases, etc., además de las variables individuales. El uso de clases es un modo de hablar y de hacer al que estamos familiarizados en lógica, en matemáticas y en prácticamente todas las ciencias empíricas.

Por lo que hace al "realismo" de Goodman, éste es discutible desde un punto de vista intuitivo, por así decir. Está claro que no hay que tratar de seguir al pie de la letra hipótesis epistemológicas o psicológicas dudosas, pero quizá sea indebido alejarse de lo intuitivo más de lo necesario. No parece necesario, para construir un sistema fenomenalista, admitir que la base de nuestra experiencia son *qualia*, a saber, entidades abstractas y eternas, que *existen* (puesto que son cuantificables) independientemente de toda concreción suya en una presentación o vivencia particular.

En especial, considerar *qualia* de tiempo como unidades directamente percibidas, es decir, considerar el tiempo como un conjunto de unidades cualitativas y no como una relación entre unidades o clases de unidades cualitativas parece poco adecuado para una reconstrucción general del conocimiento empírico.² La admisión de *qualia* subsistentes "fuera" de toda presentación no es contradictoria, pero ciertamente suena mucho más platónicamente.

2. Esta objeción está emparentada con parte de las que le hace Russell a Goodman en *The Philosophy of Bertrand Russell*, p. 716.

nica, de hecho, que el supuesto platonismo de la lógica de clases. En cualquier sistema construccionista, siempre habrá que admitir ciertos postulados y entidades *ad hoc*, que parezcan más o menos anti-intuitivos. Pero creemos que, en el caso de los qualia, Goodman simplemente se pasa de la raya.

Ninguna de estas dos objeciones presentadas deben considerarse "de principio". En particular, la última se basa en el concepto de "intuitividad", del que todo lo que puede decirse es que es intuitivo también, pero falto de precisión.

En cualquier caso, y quizá más que nada por razones subjetivas, nos hemos decidido por reconstruir el "viejo" Sistema Carnap, en vez de proseguir el de Goodman. El primero es, sin duda, más tambaleante e impreciso que el segundo, pero quizá se parece más a lo que esperamos de una "reconstrucción racional del conocimiento empírico".

CAPÍTULO V

EL SISTEMA T-S

Suposiciones pre-sistemáticas

Como elementos básicos de la experiencia, tomamos solamente *visiones*, no vivencias totales, como hace Carnap. En las vivencias de Carnap intervienen todos los sentidos, extraceptivos o intraceptivos. Es más sencillo considerar sólo el sentido de la vista, y lo que se gana en simplicidad *no* se pierde en potencia constructiva del sistema. En efecto, desde un punto de vista lógico y metodológico, todos los conceptos fenoménicos interesantes pueden constituirse simplemente como objetos visuales. En cuanto al paso al mundo físico y al mundo de la física, no resultan dificultades particulares de esta restricción. Todos los términos observacionales que utiliza el observador científico pueden definirse como objetos visuales. De hecho, el científico experimental, por lo menos en la gran mayoría de las ciencias naturales, sólo se fía de los datos que le proporciona el sentido de la vista. Los aparatos para medir ítems no-visuales, por ejemplo sonidos, grados de acidez o inteligencia, están calibrados con escalas visuales, y las observaciones se hacen visualmente, al menos cuando se trata de obtener precisión.

El "sujeto (ficticio) constructor del mundo" puede compararse a una cámara cinematográfica. Cada fotografía de la película es una visión. Las visiones aparecen dispuestas linealmente, como en una cinta. Esta ordenación lineal, por la cual sabemos que una visión "viene después" de otra, ha de definirnos el tiempo. (Para una comprensión adecuada de las definiciones de los §§ I y II siguientes, el lector no debe olvidar que el tiempo fenoménico o sensorial —no el parámetro t de la física— es una estructura

empírica que hay que tratar de constituir a partir de nociones más elementales, es decir, las visiones y su ordenación. Previas al sistema, las palabras "antes" y "después" en el tiempo no tienen todavía ningún significado.)

Para visualizar nuestro procedimiento constructivo, podemos suponer que la "cámara" está provista de una especie de "memoria" o "almacén" de visiones.

La "cámara" guarda en su "memoria" todas las visiones. Puede "comparar" las visiones para ver si son semejantes y hasta qué punto lo son. Pero para llevar a cabo esta comparación, tiene que pasar por todas las visiones intermedias entre las dos comparadas.

Visiones estrictamente idénticas pueden repetirse a lo largo del tiempo. Pero esto es muy improbable, y además irrelevante para la constitución de los objetos.

Además de ser una cámara cinematográfica, el "sujeto constructor del mundo" está sometido a una serie de reglas de construcción que le damos: son los axiomas o definiciones, aparte de las reglas lógicas de transformación y derivación. Él deduce todos los teoremas interesantes. Naturalmente, también guarda los axiomas, definiciones y teoremas en su memoria (en otra memoria, si se quiere).

Una observación final para evitar malentendidos. La ficción de la "cámara cinematográfica" que opera como un autómata construyendo conceptos, es una ficción heurísticamente valiosa pero lógicamente innecesaria. No interviene para nada en los axiomas y definiciones del sistema, como se verá a continuación. Tiene la misma función heurística que el "sujeto ficticio" de Carnap, tal como lo hemos explicado en las páginas 139-140. Pero podríamos prescindir totalmente de esta ficción. Si la hemos expuesto al comienzo del sistema, ha sido sólo para proporcionar un modelo intuitivo de cómo se procede en la constitución de objetos. Podríamos haber dicho también: como modelo empírico de este sistema es posible (por lo menos teóricamente) una cámara cinematográfica que tuviera tales y cuales características (memoria y, en general, comportamiento de autómata de determinado tipo).

I. — EL MUNDO FENOMÉNICO

Empleamos un cálculo de tercer orden, es decir, podemos cuantificar sobre variables individuales, sobre variables de clases y sobre variables de clases de clases. Este cálculo lo interpretamos sobre un universo V al que pre-sistemáticamente llamamos "conjunto de las visiones". Los términos de primer orden se refieren, pues, a los elementos de V , o sea, a las visiones; los términos de segundo orden, a clases de visiones, y los términos de tercer orden a clases de clases de visiones.

I. — La temporalidad

La primera noción primitiva que introducimos es una relación diádica sobre V , es decir, un conjunto de pares de visiones. A esta relación la llamamos "precedencia temporal (inmediata)", P . Esta relación viene "definida implícitamente" por los siguientes axiomas.

Ax. I-1: $\wedge xy (x P y \rightarrow \neg y P x)$ (P es asimétrica)

Ax. I-2: $\forall x (\wedge y \neg y P x \wedge \exists y x P y)$

Def. I-1: $a_0 = \iota x (\wedge y \neg y P x \wedge \exists y x P y)$ (a la visión a_0 se la puede denominar "comienzo" o "nacimiento").

Ax. I-3: $\forall x (\wedge y \neg x P y \wedge \exists y y P x)$

Def. I-2: $e_0 = \iota x (\wedge y \neg x P y \wedge \exists y y P x)$ (a la visión e_0 se la puede denominar "fin" o "muerte").

Ax. I-4: $\wedge x (x \neq a_0 \wedge x \neq e_0 \rightarrow \exists y x P y \wedge \exists z z P x)$

Podemos "definir" ahora V como el campo en el que está definida esta relación P : $\mathcal{E}(P)$. Éste es el tipo de "definición" que da Carnap en el *Aufbau* del conjunto de vivencias. (El campo de una relación es la unión de su dominio y su recorrido: $\mathcal{E}(P) = D_1(P) \cup D_2(P)$.)

Te. I-1: $\mathcal{E}(P)$ (o sea, V) es finito. Esto se sigue trivialmente de Ax. I-2, Ax. I-3 y Ax. I-4. La estructura topológica de V es, por Ax. I-4, lineal, no-ramificada.

Def. I-3: Definimos ahora recursivamente una función diádica entera: su dominio serán pares de visiones (o sea, el producto cartesiano de V consigo mismo) y su recorrido el conjunto de los números enteros Z . A esta función la llamamos *temporalidad* (T).

$$T: V \times V \longrightarrow Z$$

o si se prefiere,

$$T: \mathcal{E}(P) \times \mathcal{E}(P) \longrightarrow Z$$

T ha de cumplir las siguientes condiciones de definición.

- a) $T(x, y) = 0 \leftrightarrow_{\text{def}} x = y$
- b) $T(x, y) = 1 \leftrightarrow_{\text{def}} x P y$
- c) $T(x, y) = -1 \leftrightarrow_{\text{def}} y P x$
- d) $\wedge i > 1: T(x, y) = i \leftrightarrow_{\text{def}} \forall z (T(x, z) = i - 1 \wedge T(z, y) = 1)$
- e) $\wedge i < -1: T(x, y) = i \leftrightarrow_{\text{def}} \forall z (T(x, z) = i + 1 \wedge T(z, y) = -1)$

Que esta definición es correcta, o sea, que existe tal función T , viene garantizado por los Ax. I-1 y I-4, para las condiciones b), c) y d), e), respectivamente.

T puede considerarse, también, como relación triádica:

$$T \subset V \times V \times Z$$

Te. I-2: $\wedge xy \bigvee^1_{i \in Z} T(x, y) = i$

Es la expresión formal del hecho de que T sea una función. Al segundo término de T lo llamaremos, cuando nos convenga, "la visión *presente*" respecto del primero: en $T(x, y) = i$, y es presente respecto de x .

Vamos a demostrar a continuación unos cuantos teoremas sencillos e interesantes acerca de la temporalidad. Para simplificar la expresión y la prueba de los teoremas subsiguientes, presupondremos en los párrafos I y II que ninguna de las visiones consideradas es a_0 o e_0 .

Teoremas elementales sobre T

Te I-3: $T(x, z) = m \wedge T(y, z) = m \rightarrow T(x, y) = 0$ (o, lo que es equivalente por Def. I-3) $\leftrightarrow x = y$.

Prueba: Para $m = 0$ ya está demostrado, por Def. I-3. Para $m = \pm 1$ también está ya demostrado por Ax. I-4.

Supongamos $m > 1$: $T(x, z) = m$ premisa

$$\forall z_1 (T(x, z_1) = m - 1 \wedge T(z_1, z) = 1) \text{ por Def. I-3}$$

$$\forall z_1 z_2 (T(x, z_2) = m - 2 \wedge T(z_2, z_1) = 1 \wedge T(z_1, z) = 1) \text{ por Def. I-3}$$

.....

$$\forall z_1 z_2, \dots, z_{m-1} (T(x, z_{m-1}) = 1 \wedge \dots \wedge T(z_2, z_1) = 1 \wedge T(z_1, z) = 1) \text{ por idem}$$

Por Def. I-3 también resultará de $T(y, z) = m$, al cabo de $m - 1$ pasos:

$$\forall z'_1 z'_2, \dots, z'_{m-1} (T(y, z'_{m-1}) = 1 \wedge \dots \wedge T(z'_2, z'_1) = 1 \wedge T(z'_1, z) = 1)$$

De las dos últimas expresiones se obtienen, por Ax. I-4 y Def. I-3, las igualdades

$$z_1 = z'_1$$

$$z_2 = z'_2$$

.....

$$z_{m-1} = z'_{m-1}$$

$$x = y$$

q.e.d.

Igualmente se probaría para el caso $m < -1$.

$$\text{Te. I-4: } T(x, y) = m \wedge T(x, z) = m \rightarrow y = z$$

Se demuestra igual que Te. I-3.

Te. I-5: Demostraremos aquí lo que puede llamarse la "aditividad" de T :

$$T(x, y) = m \wedge T(y, z) = n \rightarrow T(x, z) = m + n$$

Prueba:

$$\begin{array}{ll} T(x, y) = m, T(y, z) = n & \text{premisas} \\ \forall i T(x, z) = i & \text{por Te. I-2} \end{array}$$

Vamos a probar que este i es $m + n$, con lo cual quedará probado el teorema.

Tomamos

$$p = i - m$$

o sea,

$$i = m + p$$

Luego,

$$T(x, z) = i = m + p$$

$$(1) \quad \forall y' (T(x, y') = m \wedge T(y', z) = p) \text{ por Def. I-3 (abreviando)}$$

$$T(x, y) = m \text{ premisa}$$

$$(2) \quad y = y' \text{ por Te. I-4}$$

$$T(y, z) = n \wedge T(y, z) = p \text{ por premisa (2) y EC en (1)}$$

$$n = p \text{ por Te. I-2}$$

Luego,

$$i = m + n \text{ por lógica q.e.d.}$$

$$\text{Te. I-6: } T(x, y) = n \rightarrow T(y, x) = -n$$

Prueba:

$$\begin{array}{ll} T(x, y) = n & \text{premisa} \\ T(y, x) = i & \text{por Te. I-2} \\ T(x, y) = n \wedge T(y, x) = i & \text{por IC} \\ T(x, x) = n + i & \text{por Te. I-5 y MP} \\ T(x, x) = 0 & \text{por Def. I-3} \end{array}$$

Luego,

$$\begin{array}{ll} n + i = 0 & \text{por lógica} \\ i = -n & \text{por aritmética} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

$$\text{Te. I-7: } \wedge xy (x \neq y \rightarrow T(x, y) \neq T(y, x))$$

O sea, que T no es conmutativa. Esto es una consecuencia inmediata de Te. I-6.

II. — El tiempo

Para determinar si nuestras construcciones son adecuadas para obtener formalmente una ordenación temporal, debemos plantearnos previamente la pregunta pre-sistemática: ¿*Qué queremos que sea el tiempo?* — Queremos que sea una *buena ordenación* de las visiones. El conjunto V junto con la relación T ha de constituir un sistema bien ordenado, en el que, por añadidura, tenga sentido definir pasado, presente y futuro.

El tiempo ha de ser, pues, una relación de orden (o sea, *reflexiva, antisimétrica y transitiva*), que además sea *conexa* (todas las visiones han de ser temporalmente comparables entre sí —en esto se diferenciará el tiempo fenoménico del tiempo de la relatividad—), y finalmente que en todo conjunto de visiones, haya una visión que sea anterior a todas las demás (un "primer" elemento). El tiempo no puede ser ni ramificado, ni circular, por ejemplo, sino *lineal*.

La ordenación temporal se ha de definir en cada caso en relación con una visión fija cualquiera x_0 . Cada visión determina lo que hay que entender por presente, pasado y futuro. No hay

aquí "tiempo absoluto", o sea, no hay presente, pasado y futuro absolutos. Al hablar en términos temporales, hay que especificar en cada caso respecto de qué visión se está hablando.

Presente:

Def. II-1: El presente de x_0 es, por definición, el conjunto

$$\{x / T(x, x_0) = 0\}$$

Te. II-1: El presente consta de una sola visión.

$$T(x, y) = 0 \leftrightarrow x = y \quad \text{por Def. I-3}$$

Luego, por teoría de conjuntos,

$$\{x / T(x, x_0) = 0\} = \{x / x = x_0\} = \{x_0\}$$

Pasado:

Def. II-2: El pasado de x_0 es, por definición, el conjunto

$$\{x / T(x, x_0) > 0\}$$

Futuro:

Def. II-3: El futuro de x_0 es, por definición, el conjunto

$$\{x / T(x, x_0) < 0\}$$

Dado que T es "aditiva" en el sentido de Te. I-5, esta aditividad también se dará en el pasado y en el futuro.

Te. II-2: Si la visión z es pasada respecto de y e y es pasada respecto de x , entonces z es pasada respecto de x .

En efecto, si tenemos

$$T(z, y) = i > 0 \wedge T(y, x) = j > 0$$

resulta

$$T(z, x) = i + j > 0 \quad \text{por Te. I-5 y aritmética}$$

Luego, z formará parte del pasado de x .

Te. II-3: Por idéntico razonamiento, si z es futura respecto de y e y es futura respecto de x , entonces z es futura respecto de x .

Def. II-4: Definimos la relación diádica *temporalidad general*, TG , o simplemente *tiempo*:

$$x TG y \leftrightarrow_{\text{at}} T(x, y) \geq 0$$

El tiempo es una buena ordenación

Te. II-4: TG es una relación de orden.

Prueba:

1) Es *reflexiva*:

$$\wedge x (x TG x)$$

En efecto,

$$T(x, x) = 0 \quad \text{por Def. I-3}$$

$$x TG x \quad \text{por Def. II-4}$$

2) Es *antisimétrica*:

$$x TG y \wedge y TG x \rightarrow x = y$$

En efecto,

$$x TG y \rightarrow T(x, y) = i \geq 0 \quad \text{por Def. II-4}$$

$$y TG x \rightarrow T(y, x) = j \geq 0 \quad \text{por Def. II-4}$$

$$T(x, y) = i \wedge T(y, x) = j \quad \text{por premisas y MP}$$

$$T(x, y) = -T(y, x) \quad \text{por Te. I-6}$$

$$i = -j \quad \text{por lógica}$$

$$i = j = 0 \quad \text{por aritmética}$$

O sea,

$$T(x, y) = 0$$

Por tanto

$$x = y$$

q.e.d.

3) Es transitiva:

$$x TG y \wedge y TG z \rightarrow x TG z$$

Esto también es inmediato a partir de Te. I-5 y Def. II-4. Luego, TG es una relación de orden.

Te. II-5: TG es relación de orden total:

$$\wedge xy (x TG y \vee y TG x)$$

Prueba:

$$\wedge xy \vee i (T(x, y) = i) \quad \text{por Te. I-2}$$

Si $i \geq 0$, ya está probado el teorema:

$$x TG y$$

Si $i < 0$,

$$\begin{aligned} T(x, y) &= i \\ T(y, x) &= -i > 0 && \text{por Te. I-6} \\ y TG x &&& \text{por Def. II-4} \end{aligned}$$

q.e.d.

Te. II-6: TG es una buena ordenación. Es decir, para todo conjunto no-vacío de visiones, existe una de ellas que es "anterior" a todas las demás, o sea, que respecto de ella todas las demás son futuras.

Prueba: Por Te. I-1, todos los subconjuntos de V , o sea, todos los conjuntos de visiones, serán finitos.

Sea un conjunto cualquiera

$$\begin{aligned} A &= \{x_1, \dots, x_n\} \\ \wedge xy \in A \vee i T(x, y) = i &&& \text{por Te. I-2} \\ \wedge y \in A \vee i T(y_0, y) = i &&& \text{por EG} \end{aligned}$$

Puede ser

$$i \geq 0 \quad \text{o} \quad i < 0$$

Llamemos

$$A_1 = \{x / T(y_0, x) \geq 0 \wedge x \in A\}$$

$$A_2 = \{x / T(y_0, x) < 0 \wedge x \in A\}$$

Evidentemente,

$$A_1 \subset A \wedge A_2 \subset A \wedge A_1 \cup A_2 = A$$

Consideremos A_2 .

$$A_2 = \{x / T(x, y_0) > 0\} \quad \text{por Te. I-6}$$

$$\wedge x \in A_2 \vee j T(x, y_0) = j > 0 \quad \text{por teoría de conjuntos}$$

Tomemos el mayor de estos j : j_0 . Este número está definido, pues A_2 es finito y T es una función. Por Te. I-3, a estos j_0 e y_0 les corresponde un único x_0 tal que $T(x_0, y_0) = j_0$.

Vamos a probar ahora que este x_0 es el "primer" elemento de A que buscamos. Veamos que $\wedge x \in A_2 T(x_0, x) = i > 0$. En efecto, supongamos que se cumpliera lo contrario

$$T(x_0, x) = -i < 0$$

$$T(x, x_0) = i > 0$$

$$T(x, x_0) = i > 0 \wedge T(x_0, y_0) = j_0 > 0 \quad \text{por IC}$$

$$T(x, y_0) = i + j > j_0 \quad \text{por Te. I-5 y arit.}$$

Pero entonces, j_0 ya no sería el máximo valor de temporalidad en A_2 , contra lo supuesto. Llegamos a una contradicción. Luego

$$\wedge x \in A_2 T(x_0, x) = i > 0$$

Por otra parte teníamos

$$\wedge x \in A_1 T(y_0, x) = h > 0$$

por teoría de conjuntos

Teníamos

$$T(x_0, y_0) = j_0$$

$$\wedge x \in A_1 T(x_0, x) = h + j_0 > 0 \quad \text{por Te. I-5}$$

Luego,

$$\wedge x \in A T(x_0, x) > 0 \quad \text{pues vale para } A_1 \text{ y } A_2$$

$$\wedge x \in A (x_0 TG x) \quad \text{por Def. II-4}$$

q.e.d.

Así, pues, el conjunto V con la relación *tiempo* es un conjunto bien ordenado. Los "instantes" de esta ordenación temporal coinciden con los elementos de V , es decir, las visiones.

III. — La semejanza

Pre-sistemáticamente: ¿Qué propiedades esperamos que posea la semejanza entre visiones? — Las siguientes:

- 1.^a) Que sea una relación diádica entre visiones.
- 2.^a) Que al comparar dos visiones semejantes podamos dar un índice (o "grado") de semejanza entre ambas.
- 3.^a) Que la semejanza sea independiente de la temporalidad y de si la comparación se hace "desde el pasado" o "hacia el futuro": los índices de semejanza no tendrán distinto signo.
- 4.^a) Que la semejanza *no* sea transitiva en general (aunque sí reflexiva y simétrica). Si x es *muy* semejante a y e y es *muy* semejante a z , es sólo *probable* que x sea muy semejante a z .
- 5.^a) Que haya una cota inferior para la semejanza. Las visiones *no* podrán ser cada vez menos semejantes entre sí, pero siempre "algo" semejantes, sino que llegará un punto en que dejarán de ser semejantes en absoluto: serán (totalmente) *desemejantes*. Esta cota viene dada por el número " λ_μ ", que a continuación explicaremos cuál es. Las cadenas de visiones distintas pero todas semejantes no pueden ser indefinidas. Si la longitud de una cadena tal pasa de " λ_μ ", seguro que la primera y la última visión son (totalmente) *desemejantes*.

Qué representa el número " λ_μ ": Dos visiones pueden ser se-

mejantes por tener, pre-sistemáticamente, una o más partes (cualidades componentes) iguales o parecidas. Nótese que decimos que las cualidades pueden ser *iguales* o *parecidas*. Las cualidades, en este sistema, son pequeñas *manchas de color*, es decir, una cualidad es un matiz de un determinado color que *se da* en un determinado lugar del campo visual. El matiz más el lugar producen la mancha, o sea, la cualidad. Las cualidades, pues, pueden considerarse determinadas por dos vectores: el color (propriadamente dicho) y el lugar. (Goodman diría que cada uno de estos vectores es un *quale*.) Cada vector viene determinado a su vez por sus dimensiones: tres para el caso del color, dos para la localización (véase p. 151). Carnap llama a las tres dimensiones del color (§ 90 del *Aufbau*) *Farbton, Helligkeit, Sättigung*; Goodman, apartándose un poco del uso normal en inglés las llama (p. 170 de *Structure*) *hue, brightness, chroma*; nosotros hemos optado por "matiz", "claridad" y "saturación", respectivamente. (La terminología psicofisiológica castellana no está aún bien fijada a este respecto.) La dimensión fundamental para determinar un color es el matiz: el matiz da nombre al color correspondiente.

Ahora bien, esta determinación tridimensional del color no es muy relevante en este sistema. Carnap considera ciertamente que una mancha de color que no se distingue de otra por el matiz, pero sí por la claridad, por ejemplo, ya pertenece a un color (a una cualidad) distinto. Nosotros no haremos estas precisiones aquí. Basta suponer pre-sistemáticamente que podemos distinguir unos colores (o unos matices) de otros. Por ello tomaremos sistemáticamente el color como si viniera dado por una sola dimensión. El decidir si una mancha que tiene el mismo matiz, pero distinta claridad que otra, pertenece o no al mismo color es una cuestión puramente terminológica.

La bidimensionalidad de los lugares, en cambio, ("arriba-abajo", "derecha-izquierda") sí es esencial para dar al campo visual la estructura topológica requerida pre-sistemáticamente.

Hechas estas observaciones, se comprenderá qué significa que dos cualidades (dos manchas) sean iguales o semejantes. Serán iguales si y sólo si coinciden en todas sus dimensiones, o sea, en el color y en el lugar ocupado en el campo visual. Pero, sin ser iguales, pueden ser semejantes. Esto ocurrirá cuando, teniendo

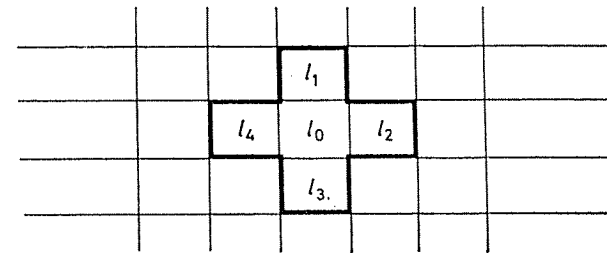
el mismo color, ocupen lugares *muy próximos* entre sí. Exactamente qué grado de proximidad deben tener para ser consideradas semejantes, dependerá de una decisión pre-sistemática más o menos convencional. Que la frontera entre la proximidad y la no-proximidad sea más o menos arbitraria no implica que lo sea la semejanza entre cualidades. Intuitivamente debe estar claro lo que pretendemos con la condición de proximidad para la semejanza: dos manchas del mismo color serán semejantes (en este sentido) cuando formen parte de un "manchón" relativamente homogéneo del campo visual. Dos cualidades serán desemejantes cuando estén formadas por colores distintos o estén en lugares "alejados" entre sí.

Dos visiones serán semejantes cuando en ellas se den por lo menos dos cualidades iguales o bien semejantes en el anterior sentido; en caso contrario serán desemejantes.

Podemos preguntarnos ahora cuántas visiones semejantes a una dada puede haber, aparte de ella misma. Esto implica preguntarse cuántos lugares "próximos" a uno dado existen. (Podemos considerar que el campo visual es homogéneo para esta relación de proximidad.) Pues dado el lugar l_0 y en él el color α en una visión x , basta que, en otra visión x' , aparezca α en uno de los lugares próximos a l_0 , para que x' sea semejante a x .

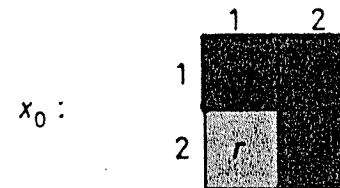
Sea ν el número de lugares próximos a uno dado. (En primera aproximación suponemos que este número es constante a lo largo y a lo ancho del campo visual). Sea λ el número total de lugares discriminables. Y sea μ el número de colores (o matices) distintos que nuestro "sujeto constructor del mundo" puede discriminar. El número de visiones posibles semejantes a una dada dependerá de estos tres números. Esto se comprenderá mejor después de analizar un ejemplo.

Supongamos que la "pantalla" (el campo visual) de nuestra cámara tiene una forma rectangular y está cuadrículada, y que los lugares discriminables tienen la forma de minúsculos cuadrados dentro de la pantalla. Y supongamos además que los cuadrados "próximos" (en el sentido explicado) a uno dado, aparte de él mismo, sean únicamente los "vecinos", es decir, los adyacentes a ese cuadrado. (En general, en una reconstrucción racional del proceso perceptivo real se adoptaría una concepción más amplia de la "proximidad".)

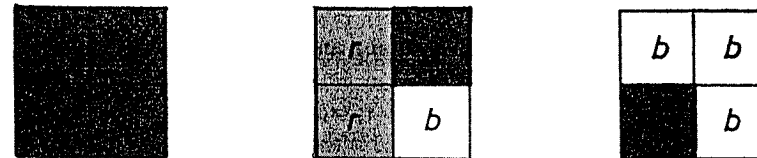


Dado el lugar l_0 , serán próximos a l_0 los lugares, l_0, l_1, l_2, l_3, l_4 . Para simplificar y fijarnos en un caso concreto, admitamos que la pantalla sólo está dividida en cuatro cuadrículas, y que sólo discriminamos tres colores: azul a , rojo r , blanco b .

Una visión será, por ejemplo, la siguiente:



Algunas de las visiones semejantes a x_0 serán



pero hay, evidentemente, muchas más.

En cambio, no será semejante a x_0 la siguiente, por ejemplo:

b	r
b	b

Contemos el número total de visiones distintas que se pueden dar. Si tenemos tres colores que se pueden dar en cuatro lugares y que pueden repetirse en esos lugares, habrá tantas visiones distintas como variaciones con repetición de tres elementos tomados de cuatro en cuatro, cantidad que, como sabemos por aritmética combinatoria, es igual a $3^4 = 81$ elementos.

Para hallar cuántas de esas visiones son semejantes a la $x_0 = (a, a, r, a)$ dada, debemos considerar primero cada mancha individualmente. ¿Cuántas visiones serían semejantes a la x_0 teniendo en cuenta solamente la mancha azul en el lugar (1,1)? Cada lugar tiene aquí sólo dos lugares próximos aparte de él mismo. Los lugares próximos a (1,1) son (1,1), (2,1) y (1,2). Si en cualquiera de ellos o en dos a la vez o en los tres aparece el color azul, la visión resultante será semejante a x_0 , sean cuales sean los colores que aparezcan en los demás lugares. Para hallar el número de visiones semejantes a x_0 por la mancha azul en (1,1), deberemos fijar primero una mancha azul en uno de los lugares próximos a (1,1) y calcular las posibles combinaciones de colores en los otros lugares próximos, suponiendo que en éstos no aparezca el color azul; este número se multiplica por las combinaciones de manchas (azules o no) en el resto de los lugares no-próximos. Luego se efectúa análogo cálculo fijando dos manchas azules adyacentes y el número obtenido se suma al primero. Así se prosigue hasta que fijemos el número de visiones distintas en las que hay una mancha azul en todos los lugares próximos a (1,1); este número también se suma a los obtenidos anteriormente y la suma resultante será el número total de visiones semejantes a x_0 por la mancha azul en (1,1). El tipo de números combinatorios requeridos para realizar este cálculo serán variaciones con repetición (de colores en lugares) y combinaciones (de lugares). En nuestro ejemplo, dado que tenemos tres

colores, cuatro lugares en total y tres lugares próximos a (1,1), el número será

$$3^{4-3} \cdot \binom{3}{1} \cdot (3-1)^{3-1} + 3^{4-3} \cdot \binom{3}{2} \cdot (3-1)^{3-2} + \\ + 3^{4-3} \cdot \binom{3}{3} \cdot (3-1)^{3-3} = 57.$$

donde $\binom{m}{n}$ significa las combinaciones de m elementos tomados de n en n . En general, si tenemos μ colores, repartidos en λ lugares y para cada lugar hay ν lugares próximos incluido el mismo lugar, el número de visiones semejantes a una dada por una mancha vendrá dado por la expresión

$$\mu^{\lambda-\nu} \cdot \left[\binom{\nu}{1} \cdot (\mu-1)^{\nu-1} + \binom{\nu}{2} \cdot (\mu-1)^{\nu-2} + \dots + \binom{\nu}{\nu} \cdot (\mu-1)^0 \right]$$

o, lo que es lo mismo,

$$\mu^{\lambda-\nu} \cdot \sum_{i=1}^{\nu} \binom{\nu}{i} \cdot (\mu-1)^{\nu-i}$$

El lector puede comprobar con ejemplos sencillos que esta fórmula es adecuada para obtener el número de visiones propuesto.

Esta expresión, sin embargo, no nos da el número total de visiones semejantes a una dada, sino sólo el número de visiones semejantes relativamente a una mancha fijada. Para hallar el número total de visiones semejantes a una dada, hay que tener en cuenta todas las manchas. Podría pensarse que este número se hallaría simplemente multiplicando el anterior por el número total de lugares, o sea,

$$\lambda \cdot \mu^{\lambda-\nu} \cdot \sum_{i=1}^{\nu} \binom{\nu}{i} \cdot (\mu-1)^{\nu-i}$$

Esto no sería correcto, pues de este número hay que descontar las visiones que se contarían repetidas veces respecto de manchas en lugares adyacentes; también debe tenerse en cuenta que el número de variaciones posibles será distinto según que en lugares adyacentes aparezca o no el mismo color; y finalmente, que

el número de lugares adyacentes a los lugares marginales del campo visual será en general menor que el número de lugares adyacentes a los lugares interiores del campo visual, a no ser que consideremos casos "degenerados" como el del ejemplo anterior. De todo ello se desprende que la expresión combinatoria del número de visiones semejantes a una dada es bastante complicada, aunque calculable en principio. Apenas tendría aquí algún interés tratar de establecer la fórmula correcta para ese número, tanto más cuanto que no hemos determinado la estructura topológica del campo visual.

Las consideraciones anteriores junto con el análisis del ejemplo propuesto han de ser suficientes para hacer ver que el número de visiones semejantes a una dada es una función, expresada mediante números combinatorios, de tres parámetros: el número total de lugares discriminables, λ ; el número de colores discriminables, μ , y el número de lugares considerados próximos a uno dado, ν :

el número de visiones semejantes a una x_0 es

$$f(\lambda, \mu, \nu) = {}^{\nu}\lambda_{\mu}$$

La función f , expresable mediante nociones elementales del cálculo combinatorio, es relativamente compleja, pero sin duda efectivamente calculable.

${}^{\nu}\lambda_{\mu}$ es el *número-cota* para la semejanza en nuestro sistema. Las tres constantes, λ , μ , ν son características del sistema. Su valor exacto depende de investigaciones empíricas que hubiesen sido realizadas pre-sistemáticamente. Sistemáticamente sólo asumimos que los valores de λ y μ son muy grandes, mientras que ν es relativamente pequeño.

Pasemos a las construcciones sistemáticas.

Admitimos como segunda noción primitiva en el sistema una *función diádica natural*, es decir, una función tal que su recorrido son los números naturales. El dominio de esta función sigue siendo el producto cartesiano $V \times V$. A la función la escribimos GD y la leemos: "el grado de desemejanza de".

$$GD: V \times V \longrightarrow N$$

Ax. III-1: GD ha de cumplir las condiciones siguientes:

$$1.^{\circ} x = y \rightarrow GD(x, y) = 0$$

(En esta primera condición no ponemos el bicondicional porque admitimos que dos visiones distintas (en el sentido temporal) pueden ser totalmente semejantes.)

$$2.^{\circ} GD(x, y) = GD(y, x) \quad (\text{conmutatividad})$$

$$3.^{\circ} GD(x, z) \leq GD(x, y) + GD(y, z)$$

(Esta tercera condición refleja el hecho de que la diferencia cualitativa de dos visiones en una cadena de semejanza nunca será superior a la suma de diferencias cualitativas entre las visiones interpuestas entre las dos primeras en la cadena, aunque posiblemente sea inferior.)

$$Te. III-1: \quad \bigwedge xy \in V \bigvee^1 i \in N (GD(x, y) = i)$$

Esto se desprende inmediatamente del hecho de que GD sea una función definida sobre $V \times V$.

$$Te. III-2: \quad T(x, y) = 0 \rightarrow GD(x, y) = 0$$

Este teorema es inmediato a partir de Def. I-3 y de la condición 1.^o de Ax. III-1.

Def. III-1: Definimos la relación diádica entre visiones, llamada *semejanza*, S , a partir de GD :

$$x S y \leftrightarrow_{\text{def}} GD(x, y) \leq {}^{\nu}\lambda_{\mu}$$

Te. III-1: S es reflexiva:

$$\bigwedge x x S x$$

En efecto,

$$GD(x, x) = 0 < {}^{\nu}\lambda_{\mu} \quad \text{por cond. 1.}^{\circ} \text{ de Ax. III-1}$$

$$x S x \quad \text{por Def. III-1}$$

Te. III-4: S es simétrica:

$$\wedge xy (x S y \rightarrow y S x)$$

Prueba:

$$\begin{array}{ll} x S y & \text{premisa} \\ GD(x, y) \leq \text{"}\lambda_\mu & \text{por Def. III-1} \\ GD(y, x) \leq \text{"}\lambda_\mu & \text{por cond. 2.ª de Ax. III-1} \\ y S x & \text{por Def. III-1} \end{array}$$

Nótese que, en cambio, S no es transitiva y, por tanto, no es una relación de equivalencia. Basta comprobarlo con un ejemplo:

Supongamos:

$$GD(x, y) = 1 \wedge GD(y, z) = \text{"}\lambda_\mu$$

Tendremos

$$x S y \wedge y S z \quad \text{por Def. III-1}$$

Pero $GD(x, z)$ puede valer

$$\text{"}\lambda_\mu + 1 \quad \text{por cond. 3.ª de Ax. III-1}$$

y entonces no tendríamos $x S z$.

A partir de este punto, todas las construcciones del mundo fenoménico se harán sobre la base de la relación S .

IV. — Las cualidades

Para construir las cualidades, tenemos que definir previamente los círculos de semejanza.

Def. IV-1: Para todo $c \subset V$, diremos que c es un círculo de semejanza syssar

- 1) $\wedge xy \in c \quad x S y$
- 2) $\neg \forall x \notin c \wedge y \in c (x S y)$. Esta es la "condición de máximo"

para los círculos de semejanza: un círculo no puede contener otro.

(Designaremos los subconjuntos en general de V por las primeras letras del alfabeto, a, b , y en especial, los círculos de semejanza por la letra c , afectadas de subíndices o superíndices cuando sea necesario.)

$$\text{Te. IV-1:} \quad \forall c_1 c_2 z (z \in c_1 \wedge z \in c_2)$$

Es decir, algunos (de hecho, muchos) círculos de semejanza se interseccionan (o sea: tienen visiones en común), sin ser por ello idénticos. Esta posibilidad proviene de que S no es transitiva; en efecto, si S nos determinara entre los subconjuntos de V una partición en clases disjuntas, esto equivaldría a que S fuera una relación de equivalencia (por teoría de conjuntos).

Damos ahora el importante paso de construir las *cualidades*. Utilizaremos aquí el signo " \subset " para la inclusión propia solamente, y " \subseteq " para reunir la inclusión propia y la impropia.¹

Def. IV-2: Para todo $q \subset V$, diremos que q es una *cualidad* syssar :

- 1) $\wedge xy \in q \quad x S y$
- 2) $\wedge c \left(\frac{\text{card}(q \cap c)}{\text{card } q} > \frac{1}{2} \rightarrow q \subseteq c \right)$
- 3) $\wedge x (x \notin q \rightarrow \forall c' (q \subseteq c' \wedge x \notin c'))$

4) No existe ningún $a \subset V$ tal que cumpla 1), 2) y 3), y además $q \subset a$. (Podemos llamar a esto la "condición de máximo" de las cualidades: una cualidad no puede incluir propiamente otra cualidad.)

A partir de ahora utilizaremos las letras q, r con subíndices y superíndices como variables para las cualidades.

$$\text{Te. IV-2:} \quad \wedge q (q \neq \emptyset)$$

En efecto,

$$\wedge q (\emptyset \subset q) \quad \text{por teoría de conjuntos}$$

1. Se dice que un conjunto está incluido impropriadamente en otro si ambos son iguales extensionalmente.

Entonces, si \emptyset fuera cualidad, contradiría la condición 4.^a) de Def. IV-2.

Te. IV-3: $\bigwedge q \forall c q \subset c$

Prueba: Supongamos no fuera cierto:

$$\neg \forall c q \subset c$$

Esto significa, en particular, que q no es círculo de semejanza; luego, no cumple alguna de las dos condiciones de

Def. IV-1: $\neg \bigwedge xy \in q x S y \vee \forall x \notin q \bigwedge y \in q (x S y)$

La primera alternativa no es posible por la condición 1.^a) de Def IV-2.

Luego,

$$\forall x \notin q \bigwedge y \in q (x S y)$$

$$\forall c' (q \subseteq c' \wedge x \notin c') \quad \text{por cond. 3.^a de Def. IV-2, MP}$$

$$q \subseteq c'_0 \quad \text{por EP y EC}$$

$$\bigwedge c \neg q \subseteq c \quad \text{premisa}$$

$$\neg q \subseteq c'_0 \quad ! \quad \text{por EG}$$

q.e.d.

Def. IV-3: Al conjunto de las cualidades lo llamamos *Qual*: $q \in Qual$ *syssat* q cumple las condiciones de Def. IV-2.

Llegados a este punto, conviene hacer algunos comentarios sobre el carácter de la construcción de cualidades aquí presentada. Veremos también cuáles son las objeciones de principio puestas por Goodman a esta construcción y hasta qué punto están justificadas.

En primer lugar, debo hacer notar que mi propia definición de las cualidades difiere de la de Carnap en que he añadido las condiciones 1.^a) y 4.^a) a las 2.^a) y 3.^a), ya dadas por Carnap. La 1.^a) está, sin duda, "implícita" en la formulación carnapiana.

Sin embargo, hay que explicitarla; de lo contrario, no estaríamos seguros de que toda cualidad está contenida por lo menos en un círculo de semejanza (Te. IV-2). Con la condición 2.^a), Carnap creía haber dado también la condición 4.^a), lo cual no es el caso; la función de la condición 4.^a) la discutiremos más adelante.

Intersección esencial e intersección casual

Ya hemos dicho en la página 205 que las cualidades vienen determinadas por dos vectores: *color* y *lugar*. Diremos que dos colores en lugares distintos son "muy parecidos" si coinciden en el matiz y sus grados de claridad y saturación son bastante próximos entre sí.

Para fijar ideas, supongamos que la determinación local de las cualidades viene dada por dos coordenadas expresadas en milímetros. (Suponemos un eje de coordenadas cartesianas que divide el campo visual en cuatro cuadrantes). Por ejemplo, una cualidad q será: azul oscuro muy fuerte en el punto 2 mm, 3 mm (es decir, a 2 mm de latitud y 3 mm de longitud, o sea, a 2 mm hacia la "derecha" y 3 mm hacia "arriba").

Por Te. IV-2, las cualidades están incluidas en círculos de semejanza. Por Te. IV-1, los círculos de semejanza se interseccionan. Siguiendo la terminología de Carnap, diremos que esta intersección puede ser de dos tipos: "esencial" y "casual". Veamos en qué consisten y cómo afectan la construcción de cualidades.

Supongamos que c contiene q y c' contiene r . Sea q la cualidad antes citada y r una semejante a ella: azul oscuro muy fuerte en el punto 2 mm, 4 mm. Es probable que en la mayoría de visiones en que se dé q , se dé también r . Esto significa que la mayor parte de cada uno de los círculos c y c' es común a ambos, o sea, que se interseccionan en una gran medida por la naturaleza misma de las cualidades que contienen. En este caso se trata de una *intersección esencial*.

La *intersección casual*, en cambio, se da entre cualidades completamente diferentes. Sea, por ejemplo, q la misma de antes y r un rojo claro "sucio" en 2 mm, 4 mm. Es quizá poco proba-

ble, pero evidentemente posible, que q y r se den en la misma visión, aunque ambas cualidades son muy distintas.

La intersección esencial es lo que permite aislar las cualidades de entre los círculos que se interseccionan. Pues las cualidades son, por definición, aquellas porciones de un círculo que no son "partidas" en una porción considerable por otro círculo, es decir, que no son divisibles por intersección esencial. Puede que una cualidad sea "partida" *casualmente* por un círculo de semejanza en el que no esté contenida. Pero esta porción separada de una cualidad, o sea, la cantidad de visiones que pertenecen a la vez a la cualidad y al círculo distinto, será muy pequeña. Ambos hechos, el de no-intersección esencial de las cualidades y el de la irrelevancia de la intersección casual, se expresan en la condición 2.^a), al postular que una parte de un círculo de semejanza será una cualidad sólo si queda completamente incluida en cualquier círculo con el que tenga una gran porción en común (más de la mitad de las visiones).

La intersección esencial o la falta de la misma pueden dar lugar a ciertas "anomalías" dentro del Sistema Carnap: en algunos casos, puede ser que se constituyan como una sola cualidad, cualidades distintas y, en otros, que se constituya como cualidad algo que no lo es. Estas anomalías han sido puestas de relieve por Goodman en el capítulo IV de su *Structure*. Las ha denominado, respectivamente, "dificultad de compañía" y "dificultad de la comunidad imperfecta". Según Goodman, son fatales para el Sistema Carnap.

En lo que sigue, intentaremos mostrar que Goodman comete un grave error técnico en su crítica, que le hace sobrevalorar las dificultades mencionadas. Si bien existen ciertas dificultades reales en la construcción carnapiana de las cualidades, éstas se pueden solventar fácilmente si se introduce una modificación en su definición (expresada en la condición 4.^a) de Def. IV-2) y si se admite un pequeño margen de error en un caso especial. A pesar de que la crítica de Goodman está, en buena parte, fuera de lugar, creo que su valor estriba en haber mostrado las posibilidades y deficiencias de una construcción, efectiva y ejemplificada en casos concretos, de las cualidades.

Antes de pasar a examinar detenidamente las dos dificultades apuntadas por Goodman, veamos cómo se realiza:

La construcción de cualidades por cuasi-análisis según Goodman

Ante todo, una observación metodológica: aunque ya sabemos que Carnap y también Goodman en su crítica del *Aufbau* hablan de *vivencias*, nosotros aquí nos referimos ya directamente sólo a *visiones*. Designaremos las visiones con números naturales y sólo consideraremos la semejanza entre visiones debida al color, independientemente de la localización espacial de las "manchas". Admitimos, de momento, solamente tres colores: a (azul), r (rojo) y v (verde). Todo ello para simplificar la discusión de los ejemplos. Si dos colores aparecen a la vez en la misma visión, los escribiremos el uno a continuación del otro. Para indicar las cualidades que "componen" pre-sistemáticamente una visión, las pondremos entre paréntesis. Por ejemplo, " $2 = (a r v)$ " significa que la visión dos está compuesta de las cualidades a , r , v .

Con este instrumento "didáctico", Goodman expone mucho más detalladamente que Carnap, con diversos ejemplos, cómo se obtendrían cualidades en casos sencillos y cuáles son lo que él supone dificultades inherentes al método del cuasi-análisis. Sin embargo, Goodman se aparta en un punto esencial de las definiciones de Carnap: no distingue entre círculos de semejanza y cualidades propiamente dichas. Cuando Goodman habla de cualidades, se refiere sólo a lo que Carnap llamaría círculos de semejanza y que distingue claramente de las cualidades propiamente dichas. Toda la crítica de Goodman a la construcción carnapiana de las cualidades se basa en esta confusión elemental. No sabemos si Goodman cae en tal confusión por descuido o bien, conscientemente, porque crea que la distinción es poco importante. No dice nada concreto sobre este punto. En cualquier caso, veremos que la distinción es ciertamente relevante, pues lo que Goodman considera cualidades no cumplen, en cambio, las condiciones de definición dadas por Carnap.²

2. Al propio Carnap puede considerársele responsable del "descuido" de Goodman; en efecto, Carnap da a entender (en el § 72 del *Aufbau*) que las condiciones de definición de los círculos de semejanza serían suficientes para definir las cualidades, caso de que entre éstas

mente sabemos ya cuáles son las cualidades que las componen. Se trata de "aislar" estas cualidades por medio del cuasi-análisis.

Ejemplo I (Tabla II de *Structure*, p. 158):

$$\begin{array}{ll} 1 = (a r) & 4 = (v) \\ 2 = (a) & 5 = (a v r) \\ 3 = (a v) & 6 = (r) \end{array}$$

Se trata de construir las cualidades a , v , r como conjuntos de visiones que cumplan las condiciones requeridas. Ya hemos dicho que Goodman confunde las cualidades con los círculos de semejanza. Para él, los conjuntos de visiones que constituirán las cualidades han de cumplir las dos condiciones siguientes:

a) Cada dos visiones del conjunto han de ser semejantes entre sí; pre-sistemáticamente: han de tener alguna cualidad en común.

b) No debe quedar excluida del conjunto ninguna visión que sea semejante con cualquiera del conjunto.

Como hemos visto, éstas son las condiciones de definición de los círculos de semejanza, *no* de las cualidades. Una cualidad es, para Carnap, un conjunto de visiones que cumple:

a') Si más de la mitad del conjunto está contenido en un

Examinemos primero un ejemplo de lo que, según Goodman, sería una construcción correcta de cualidades. Supongamos que solamente nos son dadas seis visiones, y que pre-sistemática-

no considerásemos una relación de semejanza puramente cualitativa (por ejemplo, la que existe entre dos matices de azul muy próximos entre sí). Como Goodman, en sus contraejemplos, no tiene en cuenta esta modificación de la semejanza de matices próximos, adopta *seguramente* la propuesta del mismo Carnap de considerar las cualidades idénticas a los círculos en esos ejemplos. No obstante, el hecho es que las condiciones de definición de las cualidades dadas por Carnap son necesarias aun en el caso en que (como hacemos aquí) no se considere una relación de semejanza entre matices.

círculo de semejanza, entonces todo el conjunto está contenido en el círculo.

b') Cualquier visión que no pertenezca al conjunto está excluida también de algún círculo de semejanza que contenga dicho conjunto.

Según la definición que toma Goodman, en el ejemplo anterior serán cualidades (para nosotros: círculos de semejanza) los siguientes conjuntos:

$$\begin{array}{l} c_1 = \{1, 2, 3, 5\} \\ c_2 = \{3, 4, 5\} \\ c_3 = \{1, 5, 6\} \end{array}$$

Los tres conjuntos cumplen las condiciones a) y b) de Goodman, como es fácil de comprobar. Según Goodman, c_1 corresponde al color azul a , pues es la cualidad que todas sus visiones tienen en común, y por lo mismo, c_2 corresponde a v , y c_3 corresponde a r .

Ahora bien, veamos si c_1 , c_2 , c_3 son también cualidades según la Def. IV-2 que, como sabemos, es una precisión de la definición de cualidades en el *Aufbau*. (Tengamos en cuenta que estos tres conjuntos son también los únicos círculos de semejanza del ejemplo.)

Es fácil ver que c_1 cumple efectivamente las condiciones carnapianas de cualidad. Pero ni c_2 ni c_3 cumplen, en cambio, la condición 2.^a) respecto del círculo c_1 :

$$\frac{\text{card}(c_2 \cap c_1)}{\text{card } c_2} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}, \text{ pero no es el caso que } c_2 \subset c_1.$$

$$\frac{\text{card}(c_3 \cap c_1)}{\text{card } c_3} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}, \text{ pero tampoco } c_3 \subset c_1.$$

Tanto c_2 como c_3 tienen dos tercios de sus visiones en común con el círculo "mayor" c_1 , sin estar incluidos en él. Esto proviene de la intersección esencial entre los círculos. La definición de Carnap de las cualidades va encaminada precisamente a evitar la intersección esencial. Entonces, habrá que buscar subconjuntos de estos círculos que no interseccionen esencialmente los

demás círculos. El caso, no obstante, es que en este ejemplo así tampoco se obtienen cualidades en el sentido de Carnap. Sólo se obtiene la cualidad a , correspondiente a c_1 , pero no las cualidades v y r . En efecto, tomemos, como subconjunto de c_2 para definir la cualidad v , el conjunto de una sola visión {4}. Como la visión 4 no aparece ni en c_1 ni en c_3 , se cumplirá la condición 2.^a). Pero ahora la que no se cumple es la condición 3.^a). {4} no es una cualidad. Si tomamos un subconjunto intermedio entre {4} y c_2 , por ejemplo {3, 4}, seguirá sin verificarse la condición para 5, por ejemplo; no se puede construir un conjunto de visiones que corresponda unívocamente a la cualidad (pre-sistemática) v . Lo mismo ocurre para r . Este resultado negativo del ejemplo 1 no representa, sin embargo, ningún handicap para el sistema. No hay ninguna contradicción lógica en la no obtención de v y r . Además, precisamente esto es lo que era de esperar pre-sistemáticamente: que con tan pocas visiones, algunas de las cualidades que aparecen pre-sistemáticamente no sean constituibles.

Con esto, sin embargo, no hemos replicado todavía a las objeciones formuladas por Goodman. Veamos cuáles son éstas.

La "dificultad de compañía"

Se comprenderá fácilmente de qué se trata con el ejemplo que proporciona el propio Goodman. Consideremos el siguiente conjunto de visiones, que es sólo una pequeña modificación del considerado en el ejemplo 1, suprimiendo la visión 6:

Ejemplo 2 (Tabla IV de *Structure*, p. 160):

1 = ($a r$)	4 = (v)
2 = (a)	5 = ($a v r$)
3 = ($a v$)	

En este caso vemos pre-sistemáticamente que la cualidad r acompaña siempre a la cualidad a , aunque son evidentemente distintas: aparece r sólo si también aparece a . Según Goodman, la aplicación del cuasi-análisis aquí llevaría a la constitución de

$a r$ como una sola cualidad, con lo cual se llegaría a una contradicción con la experiencia. Pero vamos a mostrar que no es éste el caso, si se adoptan las condiciones de Def. IV-2. La dificultad para el sistema del *Aufbau*, no obstante, es real (aunque la argumentación dada por Goodman no es válida, debido a su errónea noción de cualidad). De esta dificultad se percató el propio Carnap (*Aufbau*, § 70). Consideró que no era muy grave si se admite un número suficiente de vivencias. En efecto, si el número de vivencias (o visiones) es suficientemente grande, la probabilidad de que el color rojo, por ejemplo, aparezca únicamente cuando aparece el azul, es prácticamente nula. Esto lo admite también Goodman para el caso de cualidades bastante distintas. Pero arguye, con razón, que la probabilidad de que ocurra este efecto ya no será tan pequeña para dos matices muy próximos de azul, por ejemplo.

La objeción de Goodman consiste, empleando la terminología aquí introducida, en que la no-intersección esencial puede dar lugar a una cualidad sistemática que conste de dos cualidades pre-sistemáticas. Esto es cierto para la definición de cualidad en el *Aufbau*, pues allí no se cumple lo que hemos denominado la "condición de máximo" de las cualidades, es decir, la condición 4.^a) de Def. IV-2.

Analizaremos cuidadosamente el ejemplo 2, para ver si se dan verdaderas dificultades en él y para determinar qué cualidades se pueden construir en un ejemplo tan "degenerado". Primeramente, veamos que Goodman se equivoca. Según él, el conjunto {1, 5} sería, por el cuasi-análisis, una cualidad: precisamente la pseudo-cualidad formada conjuntamente por $a r$, debida a la dificultad de compañía.

Ahora bien, los círculos de semejanza de este ejemplo son:

$$c_1 = \{1, 2, 3, 5\} \quad ; \quad c_2 = \{3, 4, 5\}$$

{1, 5} cumple las condiciones 1.^a) y 2.^a) de Def. IV-2. Pero no cumple la condición 3.^a). En efecto, dado que {1, 5} no es círculo de semejanza, el único círculo en el que está incluido es c_1 . Tomemos la visión 2: $2 \notin \{1, 5\}$ y, sin embargo, $2 \in c_1$. Luego, no se cumple la condición 3.^a).

Veamos, no obstante, para ser justos con Goodman, si se

puede construir alguna otra cualidad que pre-sistemáticamente no sea tal. La única cualidad que se puede constituir en el ejemplo 2 es c_1 mismo, que, pre-sistemáticamente, corresponde al color a . En efecto, c_1 cumple la condición de definición 2.^a) respecto a c_2 :

$$\frac{\text{card } (c_1 \cap c_2)}{\text{card } c_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Cumple la 1.^a) trivialmente, pues está contenido en sí mismo, y es un círculo de semejanza. También trivialmente cumple la 3.^a), ya que la única visión, 4, que no pertenece a c_1 como cualidad, tampoco pertenece a c_1 como círculo de semejanza. Cumple la 4.^a), pues c_1 no está incluido en ningún otro conjunto de visiones que cumpla las anteriores condiciones.

Finalmente, está claro que pre-sistemáticamente la cualidad que corresponde a $\{1, 2, 3, 5\}$ es a y no $a r$. Además, esta cualidad estaría definida unívocamente, pues ningún subconjunto de c_1 cumpliría la condición de definición 3.^a), aunque cumplierse la 1.^a) y la 2.^a).

Veamos ahora que c_2 no es cualidad. (No todos los círculos de semejanza son cualidades: de la ignorancia de este hecho provienen los errores de Goodman.) c_2 no cumple la condición 2.^a) respecto de c_1 :

$$\frac{\text{card } (\{3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 3, 5\})}{\text{card } \{3, 4, 5\}} = \frac{\text{card } \{3, 5\}}{\text{card } \{3, 4, 5\}} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

Y, en cambio, $\{3, 4, 5\} \not\subset \{1, 2, 3, 5\}$.

Veamos si algún subconjunto de c_2 puede constituirse como la cualidad correspondiente a v .

$\{3, 5\}$ no puede serlo, porque es subconjunto de c_1 y ningún subconjunto de una cualidad puede ser otra cualidad. $\{3, 4\}$ y $\{4, 5\}$ tampoco cumplirían la condición 2.^a). Tendría que ser un subconjunto de un solo elemento, el cual, además, no perteneciese a c_1 . En tal caso sólo se halla $\{4\}$. Pero entonces no se cumple la condición 3.^a), pues, por una parte, $3 \notin \{4\}$, y por otra,

el único círculo de semejanza en el que está incluido $\{4\}$ es c_2 y, con todo, $3 \in c_2$.

Por tanto, a partir de c_2 no se puede constituir v . También se ve fácilmente que tampoco r es constituible. Pero, como ya hemos explicado en el caso del ejemplo 1, esto no puede considerarse un fallo debido al procedimiento del cuasi-análisis, sino a la "pobreza" del ejemplo. Lo importante es que, en contra de lo afirmado por Goodman, no se constituye ninguna cualidad que, pre-sistemáticamente, no lo sea.

La "dificultad de comunidad imperfecta"

Goodman asegura que esta dificultad, aún más que la de compañía, es "virtualmente desastrosa para la construcción propuesta" (p. 162). Veremos que Goodman exagera mucho. Para empezar, el caso que plantea no conduce a ninguna dificultad si se adopta la definición aquí propuesta:

Ejemplo 3 (Tabla VI de *Structure*, p. 163):

1 = $(a v)$	4 = (r)
2 = $(v r)$	5 = (a)
3 = $(r a)$	6 = (v)

Según Goodman, el cuasi-análisis llevaría a la constitución del grupo $c_1 = \{1, 2, 3\}$ como cualidad. Pre-sistemáticamente, vemos que no existe ninguna cualidad común a estas tres visiones. Los pares de visiones son todos semejantes entre sí, pero no hay ningún color que esté en todas las visiones de c_1 a la vez. Goodman sostiene que esta dificultad es muy grave pues, a diferencia de la de compañía, no puede argüirse que es "poco probable".

Pero nuevamente confunde aquí un círculo de semejanza con una cualidad. $\{1, 2, 3\}$ no cumple las condiciones de cualidad.

Los círculos de semejanza en este ejemplo serán:

$c_1 = \{1, 2, 3\}$	$c_3 = \{1, 2, 6\}$
$c_2 = \{1, 3, 5\}$	$c_4 = \{2, 3, 4\}$

Se comprueba en seguida que c_1 no cumple la condición de definición 2.^a) de cualidades, pues

$$\frac{\text{card } c_1 \cap c_2}{\text{card } c_1} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2} \text{ y, sin embargo, } c_1 \not\subset c_2$$

Con esto quedaría refutada la objeción de Goodman. No obstante, para ser justos, podemos construir un ejemplo hasta cierto punto semejante al anterior, pero en el que se cumpliera la condición 2.^a). Sería el caso en que las visiones 4, 5, 6 no tuviesen "nada en común" con 1, 2, 3.

Ejemplo 4:

$$\begin{array}{ll} 1 = (a v) & 4 = (h) \\ 2 = (v r) & 5 = (k) \\ 3 = (r a) & 6 = (l) \end{array}$$

(en que h, k, l son colores cualesquiera distintos de a, v, r). Evidentemente, en este caso se cumple trivialmente la condición 2.^a), pues el único círculo con el que c_1 intersecciona es consigo mismo. Y también se cumplen trivialmente las condiciones 1.^a), 2.^a) y 4.^a). En tal caso, se daría la dificultad de la comunidad imperfecta. Pero, como se ve, el ejemplo es muy forzado. Cuando el número de visiones aumenta considerablemente, parece muy improbable que se dé nunca una estructura de este tipo. Bastaría que se repitiesen la mitad de las cualidades de alguna de las visiones que producen la dificultad para que ésta ya no se diera. Esto puede comprobarse para todos los casos. Por ejemplo, supongamos que modificamos el ejemplo 4 cambiando únicamente la visión 4: $4 = (a h)$. Ya no se daría la comunidad imperfecta, pues tendríamos los círculos de semejanza

$$c_1 = \{1, 2, 3\} \quad \text{y} \quad c_2 = \{1, 3, 4\}$$

y entonces

$$\frac{\text{card } c_1 \cap c_2}{\text{card } c_1} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2} \text{ y, sin embargo, } c_1 \not\subset c_2$$

con lo cual, en el sistema, c_1 ya no sería una cualidad.

*La función de la condición 4.^a)
de definición de cualidades*

Ya hemos visto su papel al eliminar parte de la dificultad de compañía, impidiendo que $\{3, 5\}$ fuera una cualidad. En general, la condición 4.^a) determina unívocamente las cualidades; para ello no bastan las condiciones de definición 2.^a) y 3.^a), como creía Carnap. En efecto, supongamos, en el ejemplo 2, que sólo hubiésemos postulado las condiciones 2.^a) y 3.^a). Habríamos obtenido que $\{3, 5\}$ es una cualidad.

En efecto, cumple 2.^a), pues es un subconjunto de ambos círculos de semejanza, c_1 y c_2 . Y cumple 3.^a), pues para cualquier otra visión (la 1, la 2 o la 4), se halla que tal visión *no* pertenece a uno de los dos círculos de semejanza en que está incluido $\{3, 5\}$. En consecuencia, $\{3, 5\}$ sería sistemáticamente una cualidad. Pero pre-sistemáticamente vemos que a ambas visiones es común el par $a v$, de modo que no sabríamos a qué cualidad corresponde unívocamente dicho conjunto.

Ejemplo de construcción de cualidades

Aparte de los casos "patológicos" que hemos considerado hasta aquí, estudiemos un caso "normal", muy simple, de un universo de doce visiones tan sólo y cinco cualidades repartidas entre éstas. Veamos cómo se constituyen dichas cualidades mediante el cuasi-análisis y siguiendo la definición de cualidad. A las cualidades admitidas hasta ahora, añadimos b (blanco) y n (negro).

Ejemplo 5:

$$\begin{array}{lll} 1 = (a r) & 5 = (a b) & 9 = (n) \\ 2 = (a) & 6 = (b r) & 10 = (b v) \\ 3 = (a v) & 7 = (b r n) & 11 = (a b n) \\ 4 = (a v r) & 8 = (r v) & 12 = (b n) \end{array}$$

Siguiendo la definición de círculo de semejanza, obtendremos los siguientes círculos:

$$c_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 11\}$$

$$c_2 = \{1, 4, 6, 7, 8\}$$

$$c_3 = \{3, 4, 8, 10\}$$

$$c_4 = \{5, 7, 10, 11, 12\}$$

$$c_5 = \{7, 9, 11, 12\}$$

Es fácil comprobar que cada uno de estos conjuntos cumple las condiciones de definición de cualidades. En este caso sencillo, los círculos y las cualidades coinciden. Esto parece que ocurrirá siempre que no se den casos "especiales", como los examinados en los ejemplos anteriores.

Las cualidades que corresponderán a cada uno de los conjuntos construidos serán, como puede comprobarse, pre-sistemáticamente:

$$c_1 = a; \quad c_2 = r; \quad c_3 = v; \quad c_4 = b; \quad c_5 = n$$

. . .

Después de este paréntesis de discusión más o menos informal de la construcción de cualidades, proseguimos con nuestras construcciones. Ahora seguiremos un poco más de cerca el Sistema Carnap. Aquellas de las definiciones o teoremas aquí presentados que sean una simple reformulación de las construcciones de Carnap irán acompañadas del nombre "Carnap" entre paréntesis. Con ello se verá hasta qué punto nos hemos apartado o no de su sistema.

Def. IV-4: (Carnap) Establecemos entre los elementos de *Qual* la siguiente relación *Sq*, que se lee: *semejanza de cualidades*.

$$q Sq r \leftrightarrow \wedge x \in q \wedge y \in r (x S y)$$

(Dos cualidades son semejantes si lo son todas las visiones que las constituyen. Pre-sistemáticamente sabemos que la seme-

janza entre visiones viene dada justamente por tener alguna cualidad en común.)

Te. IV-3: *Sq* es reflexiva y simétrica. Esto es inmediato a partir de la definición anterior. (*Sq* no es transitiva pues *S* tampoco lo es.)

Vamos a ver ahora que se puede dar a *Qual* estructura de *espacio topológico*. Esta construcción tiene más utilidad en el Sistema Carnap que aquí, puesto que en aquél la construcción del sentido de la vista como espacio topológico de cinco dimensiones es el único medio que permite determinar unívocamente dicho sentido, es decir, diferenciarlo de los demás sentidos, que serán espacios cualitativos de menor número de dimensiones. Aquí, en cambio, el sentido de la vista está ya determinado unívocamente: es el conjunto *Qual* mismo, que abarca todas las cualidades.

No obstante, por si en algún desarrollo posterior nos fuera de utilidad, y por la belleza misma de la construcción, veamos cómo se da a *Qual* estructura de espacio topológico (cosa que no hace Carnap, en cambio).

Para esta construcción hay que postular un nuevo axioma, el de que todos los subconjuntos de *Qual* (es decir, conjuntos cualesquiera de cualidades) tienen estructura de *abiertos*. Usaremos las mayúsculas *A, B, C* con índices para denotar conjuntos de cualidades.

Ax. IV-1: $\wedge A \subset Qual: A$ es un abierto.

Veamos qué significa esto y si parece poco plausible que los conjuntos de cualidades sean abiertos.

La noción topológica abstracta de "abierto" es la siguiente.

Dado un conjunto *C*, diremos que los subconjuntos A_1, \dots, A_n de *C* son *abiertos* si y sólo si se cumplen las tres siguientes condiciones de definición:³

- 1.^a) \emptyset (el vacío) y *C* están incluidos entre los A_1, \dots, A_n .
- 2.^a) La intersección de un número finito de los A_1, \dots, A_n es uno de ellos.
- 3.^a) La unión de un número cualquiera de ellos es uno de ellos.

3. Véase: E. M. Patterson, *Topology*, p. 34.

Estas tres condiciones de definición, aplicadas al caso de los conjuntos de cualidades se transformarán en:

1.^a) \emptyset y *Qual* son conjuntos de cualidades.

2.^a) La intersección de un número finito de conjuntos de cualidades es un conjunto de cualidades.

3.^a) La unión de conjuntos de cualidades es un conjunto de cualidades.

Si aceptamos el caso "degenerado" del vacío como un conjunto de cualidades, no parece haber ninguna razón ni sistemática ni pre-sistemática en contra de la aceptación de este axioma.

Te. IV-4: *Qual* es un espacio topológico. Esto es cierto por la noción misma de espacio topológico: es un conjunto de abiertos.

Por la *teoría de la dimensión* (tal como está expuesta en la *Dimension Theory* de Hurewicz y Wallman, por ejemplo), sabemos que en todo espacio topológico se puede definir su *dimensión*. Veamos cómo ocurre esto en nuestro caso, mediante una cadena de definiciones:

Te. IV-5: "Entorno de una cualidad *q*", $E(q)$, es, por definición, un conjunto de cualidades en el que está incluida *q*.

Def. IV-6: *q* es *adherente* a un conjunto de cualidades A syss_{at}

$$\wedge E(q) \vee r (r \in A \wedge r \in E(q))$$

Def. IV-7: Dado $E(q)$, la *frontera* de $E(q)$ es la intersección de la adherencia de $E(q)$ con la adherencia de su complementario.

Def. IV-8: Vamos a definir *dimensión*:

1) \emptyset y sólo \emptyset tiene *dimensión* — 1.

2) A tiene *dimensión* menor o igual que n en la cualidad q syss_{at} q se halla en entornos arbitrariamente pequeños cuyas fronteras tienen *dimensión* menor o igual que $n - 1$.

3) A tiene *dimensión* menor o igual que n syss_{at} tiene esa misma *dimensión* en todas sus cualidades.

Si se quisiera determinar unívocamente el sentido de la

vista, o sea, *Qual*, respecto de otros sentidos posibles, habría que definirlo así:

Def. IV-9: *Qual* es el espacio topológico de cualidades que tiene *dimensión* 5.

V. — Las sensaciones

Def. V-1: (Carnap) Dada la cualidad q y la visión x , tal que $x \in q$, definimos "sensación de q en x ", s_{xq} , como el par ordenado siguiente:

$$s_{xq} =_{at} \langle x, q \rangle$$

o sea, un par ordenado, cuyo primer elemento es una visión y el segundo una cualidad.

Def. V-2: Al conjunto de las sensaciones lo designamos por *Sns*.

Te. V-1: Existen las dos funciones siguientes, que llamaremos *SV* y *SQ*:

$$SV: Sns \longrightarrow V, \quad \text{tal que } SV(s_{xq}) = x$$

$$SQ: Sns \longrightarrow Qual, \quad \text{tal que } SQ(s_{xq}) = q$$

Def. V-3: (Carnap) Establecemos la relación *simultaneidad* de sensaciones, *Sml*, de la siguiente manera:

$$s_{xq} Sml s_{yr} \leftrightarrow_{at} x = y$$

Te. V-2: *Sml* es una relación de equivalencia.

Esto se desprende inmediatamente del hecho de que el *definiens* de *Sml* es una igualdad, que ya sabemos que es una relación de equivalencia (la igualdad es reflexiva, simétrica y transitiva).

Si *Sml* es una relación de equivalencia, inducirá una partición en clases de equivalencia en el conjunto *Sns*.

Def. V-4: (Carnap) A las clases de equivalencia del con-

junto cociente S^{ns}/S^{mi} las llamamos *clases de descomposición del primer tipo*; a cada una de estas clases la simbolizamos por $dcmp_1(\)$ —y dentro del paréntesis se pone la visión correspondiente que determina la clase—. (Cada clase consta de todas las sensaciones que se tienen en una visión.)

Te. V-4: Existe la siguiente función VD y esta función es biyectiva:

$$VD_1: V \longleftrightarrow S^{ns}/S^{mi}$$

tal que

$$VD_1(x) = dcmp_1(x)$$

Esto significa que a cada visión le corresponde una y sólo una clase de descomposición del primer tipo y recíprocamente.

Prueba: Los elementos de cada $dcmp_1(\)$ se diferencian únicamente en el segundo miembro del par ordenado que define las sensaciones:

$$dcmp_1(x) = \{s_{xq}, s_{xq'}, s_{xq''}, \dots\}$$

Esta visión única x que aparece en todas estas sensaciones es la que le hacemos corresponder a $dcmp_1(x)$; por otra parte, dada una visión x , si reunimos todas las cualidades de las que x es elemento y formamos los pares ordenados correspondientes, tendremos todas las sensaciones en x ; esta clase de sensaciones es única y es $dcmp_1(x)$, por definición.

Def. V-5: (Carnap) Dada la visión x , definimos su *clase de descomposición del segundo tipo*, $dcmp_2(x)$: es la clase de todas las cualidades que se dan en x :

$$dcmp_2(x) =_{at} \{q_i / x \in q_i\}$$

Te. V-5: Existe la siguiente función VD_2 :

$$VD_2: V \longrightarrow dcmp_2(\)$$

tal que

$$VD_2(x) = dcmp_2(x)$$

Que esta función existe se desprende inmediatamente de que, por definición, a una visión no le pueden corresponder dos clases de descomposición del segundo tipo distintas.

(A diferencia de VD_1 , VD_2 no es biyectiva, pues puede ocurrir, y no es improbable, que una misma clase de cualidades se dé en dos visiones —temporalmente— distintas.)

En cierto sentido, el contenido "material" de $dcmp_1(x)$ y $dcmp_2(x)$ es el mismo, pues, en definitiva, en ambos casos se trata de agrupar las cualidades que entran en una visión dada. Sin embargo, la diferencia consiste en que $dcmp_1(x)$ tiene una connotación temporal, "existe en el tiempo" (puesto que se trata de sensaciones), mientras que $dcmp_2(x)$ es atemporal.

VI. — Los lugares

Def. VI-1: Establecemos la relación *ajena*, Aj , entre dos cualidades:

$$q Aj r \leftrightarrow_{at} \wedge x (x \in q \rightarrow x \notin r)$$

Def. VI-2: (Carnap) Introducimos la relación AI entre cualidades (se puede leer: "ajena o idéntica a"):

$$q AI r \leftrightarrow_{at} q Aj r \vee q = r$$

Te. VI-1: AI es reflexiva y simétrica.

En efecto, es *reflexiva* pues:

$$q = q$$

$$q = q \vee q Aj q \quad \text{por ID}$$

$$q AI q \quad \text{por Def. VI-2}$$

y es *simétrica*: Supongamos $q AI r$.

Si $q = r$, ya está demostrado, pues la igualdad es simétrica. Si $q \neq r$

$$q Aj r \quad \text{por ED en premisa}$$

$$\wedge x (x \in q \rightarrow x \notin r) \quad \text{por Def. VI-1}$$

$$\wedge x (x \in r \rightarrow x \notin q) \quad \text{por MT}$$

$$r Aj q \quad \text{por Def. VI-1}$$

$$r AI q \quad \text{por Def. VI-2}$$

q.e.d.

Sin embargo, *AI* no es transitiva: dadas tres cualidades q_1 , q_2 , q_3 , puede ser que q_2 no se diera nunca en la misma visión que q_1 ni en la misma visión que q_3 y, en cambio, podría ocurrir que q_1 y q_3 coincidieran en alguna visión. (Es difícil ver qué probabilidad hay empíricamente de que ocurra esto, pero en cualquier caso, hay que admitir su posibilidad dentro del sistema.) El hecho de que *AI* no sea transitiva complica la construcción de los lugares: efectivamente, si hubiéramos podido construir *AI* transitiva, podrían definirse como clases de equivalencia de *AI*. Como esto no es posible, hay que definir primero los "círculos de ajenación", del mismo modo como antes, para definir las cualidades, hubo que definir previamente los círculos de semejanza.

Def. VI-3: Para cada cualidad q , definimos "el círculo de ajenación de centro q ", ca_q :

$$ca_q =_{\text{def}} \{r / q AI r\}$$

Los círculos de ajenación todavía no pueden considerarse lugares, porque no queremos que los lugares se interseccionen; los círculos de ajenación se interseccionan, puesto que vienen definidos mediante *AI*, y ésta no es transitiva. Los lugares han de ser justamente los "núcleos" indivisibles de los círculos de ajenación, lo mismo que las cualidades son los núcleos indivisibles de los círculos de semejanza.

Def. VI-4: Sea ca_1 un círculo de ajenación y l un subconjunto del mismo: $l \subset ca_1$. Diremos que l es un lugar syss_{def}

$$l = \{q_i \in ca_1 / \wedge ca_i \neq ca_1, (q_i \notin ca_i)\}$$

A partir de ahora utilizaremos la variable l con índices para designar lugares. Al conjunto de todos los lugares lo denominamos *Lug.*

$$\text{Te. VI-2:} \quad \wedge l \overset{1}{\forall} ca (l \subset ca)$$

Esto se desprende inmediatamente de *Def. VI-4.*

$$\text{Ax. VI-1:} \quad \wedge q \forall l q \in l$$

Discusión: Pre-sistemáticamente (empíricamente) no tendría ningún sentido hablar de una cualidad que "no se da" en ningún lugar. Ahora bien, sistemáticamente, esta extraña suposición no parece estar en contradicción lógica con nada de lo construido antes de *Ax. VI-1.* Con todo, incluso dentro del sistema, sin *Ax. VI-1,* parece que resultaría poco probable que una cualidad sistemática no se diera en ningún lugar (aunque es difícil determinar *a priori*, con precisión, el grado de probabilidad en contra). Este caso "extraño" sólo podría ocurrir en el caso en que q tuviera con *todas las demás* cualidades del círculo de ajenación al que debe pertenecer (por *Te. VI-2*) el siguiente tipo de relación: para toda cualidad r de ca_q , o sea, para toda cualidad que nunca apareciera en la misma visión que q , habría siempre otra cualidad r' , que podría darse en la misma visión que q , pero que no se daría nunca en la misma visión que r . Parece poco probable que esto ocurra con *todas* las cualidades de ca_q , dado el elevado número de cualidades que cada círculo contiene, aunque no sé hasta qué punto es improbable. En cualquier caso, habría que admitir esta posibilidad si no se postulara *Ax. VI-1.*

$$\text{Te. VI-3:} \quad \wedge q \overset{1}{\forall} l q \in l$$

Sabemos, por *Ax. VI-1,* que, por lo menos, existe un lugar al que pertenece cada cualidad. Veamos que sólo puede haber *uno.*

Prueba: Supongamos que hubiera dos distintos. (Indicaremos con la abreviación l_q el lugar en que se halla una cualidad q dada ($q \in l$.)

$$l_q \neq l'_q$$

$$l_q \subset ca \wedge l'_q \subset ca' \quad \text{por Te. VI-2}$$

Veamos primero que ca y ca' deben ser idénticos. En efecto, de

$$q \in l_q \subset ca \wedge q \in l'_q \subset ca'$$

resulta

$$q \in ca \wedge q \in ca'$$

Pero, por otro lado, de $q \in l_q$ se desprende

$$\begin{array}{ll} \wedge ca_i \neq ca \ (q \notin ca_i) & \text{por Def. VI-4} \\ q \notin ca' & \text{por EG} \end{array}$$

Pero

$$q \in ca' \quad ! \quad \text{por EC}$$

luego,

$$ca = ca'$$

Por tanto,

$$l_q \subset ca \wedge l'_q \subset ca$$

Si $l_q \neq l'_q$, es que hay alguna cualidad r que se da en el uno, pero no en el otro. Sea r

$$\begin{array}{ll} (1) & \begin{array}{l} r \in l_q \wedge r \notin l'_q \\ r \notin l'_q \end{array} & \text{por EC} \\ (2) & r \notin ca \vee \neg \wedge ca_i \neq ca \ (r \notin ca_i) & \text{por Def. VI-4} \\ & & \text{y NC} \\ & r \in l_q & \text{por EC en (1)} \\ (3) & r \in ca & \text{por } l_q \subset ca \\ & \wedge ca_i \neq ca \ (r \notin ca_i) & \text{por Def. VI-4} \\ & & \text{y } r \in l_q \\ & \neg \wedge ca_i \neq ca \ (r \notin ca_i) \quad ! & \text{por (3) y ED} \\ & & \text{en (2)} \\ & & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Toda cualidad se da, pues, en un solo lugar. El recíproco, sin embargo, no es cierto, como es de esperar pre-sistemáticamente: a cada lugar le corresponden múltiples cualidades.

Def. VI-5: Definimos la función Ql que a cada cualidad le aplica el lugar que le corresponde

$$Ql: Qual \longrightarrow Lug$$

tal que

$$\wedge q \ Ql(q) = l \ q \in l$$

Esta función está bien definida gracias a Te. VI-3. A $Ql(q)$ lo escribiremos a veces, para abreviar, como ya hemos visto, l_q .

Def. VI-6: Establecemos entre las cualidades la relación *igualdad de lugar*, Igl :

$$q \ Igl \ r \leftrightarrow_{at} Ql(q) = Ql(r)$$

Te. VI-4: Evidentemente, Igl es una *relación de equivalencia*, pues su *definiens* es una igualdad y toda igualdad es una relación de equivalencia.

Por lo tanto, Igl induce una partición de $Qual$ en clases de equivalencia; por la definición misma de Igl se ve que estas clases son los *lugares*. Queda demostrado que los lugares son clases de equivalencia y, por tanto, que *no* se interseccionan. Su definición satisface así la condición esencial que requeríamos de los lugares.

Def. VI-7: Al conjunto cociente $Qual/Igl (= Lug)$ lo llamamos ahora *campo visual*, CV .

$$Ax. VI-2: \quad \text{card } CV = \lambda$$

Este axioma da significado sistemático al número λ introducido al principio.

$$Te. VI-5: \quad q \ Igl \ r \rightarrow q \ AI \ r$$

Prueba:

$$\begin{array}{ll} q \ Igl \ r & \text{premisa} \\ \forall l (q, r \in l) & \text{por Def. VI-6} \\ \forall ca (q, r \in ca) & \text{por Te. VI-2} \\ q \ AI \ r & \text{por Def. VI-2} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Def. VI-8: Establecemos ahora una función análoga a la anterior que aplica sensaciones en lugares (en los que "ocurren"). Esta función está definida especialmente para cada visión α .

$$Sl: \ dcmp_1(x) \longrightarrow CV$$

tal que

$$Sl(s_xq) = Ql(q) = l_q$$

También es inmediato por Te. VI-4 que Sl existe.

Def. VI-9: Vamos a definir la relación entre lugares y visiones: "darse un lugar en una visión", l/x (se lee: "l se da en x"):

$$l/x \leftrightarrow_{df} \forall q (q \in l \wedge x \in q)$$

(Admitimos sistemáticamente que un lugar puede no darse en una visión determinada.)

$$\text{Te. VI-6: } \quad \Delta l \neq \emptyset \forall x l/x$$

Es decir, todo lugar no-vacío se da en una visión.

Prueba: Supongamos que el teorema no fuera cierto:

$$\begin{array}{ll} \neg \Delta l \neq \emptyset \forall x l/x & \\ \forall l \neq \emptyset \neg \forall x l/x & \text{por NG} \\ \neg \forall x l_0/x & \text{por EP} \\ \Delta x \neg l_0/x & \text{por NP} \\ (1) \quad \Delta x \neg \forall q (q \in l_0 \wedge x \in q) & \text{por Def. VI-9} \\ \quad \forall q q \in l_0 & \text{por Def. VI-4 y } l_0 \neq \emptyset \\ \quad q_0 \in l_0 & \text{por EP} \\ \quad q_0 \neq \emptyset & \text{por Te. IV-2} \\ \quad \forall x (x \in q_0) & \text{por t. de cjtos.} \\ \quad x_0 \in q_0 & \text{por EP} \\ \quad q_0 \in l_0 \wedge x_0 \in q_0 & \text{por IC} \\ \quad \forall q (q \in l_0 \wedge x_0 \in q) & \text{por IP} \\ \quad \neg \forall q (q \in l_0 \wedge x_0 \in q) \quad ! & \text{por EG en (1)} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

En el Te. VI-3 hemos demostrado que a cada cualidad le corresponde un lugar y sólo uno. Veamos ahora un teorema

que es, hasta cierto punto (aunque no exactamente), el recíproco de aquél: a cada lugar que se da en una visión x determinada, le corresponde una cualidad y sólo una; decimos que la cualidad aparece en el lugar cuando x .

$$\text{Te. VI-7: } \quad \Delta l x (l/x \rightarrow \overset{1}{\forall} q (q \in dcmp_2(x) \wedge q \in l))$$

Prueba: 1.º Veamos que a cada lugar le corresponde por lo menos una cualidad q en una visión dada x_0 . O sea:

$$\Delta l (l/x_0 \rightarrow \forall q (x_0 \in q \wedge q \in l))$$

En efecto,

$$\begin{array}{ll} l/x_0 & \text{premisa} \\ \forall q (q \in l \wedge x_0 \in q) & \text{por Def. VI-9} \\ q_0 \in l \wedge x_0 \in q_0 & \text{por EP} \\ x_0 \in q_0 & \text{por EC} \\ q_0 \in dcmp_2(x_0) & \text{por Def. V-5} \\ q_0 \in dcmp_2(x_0) \wedge q_0 \in l & \text{por EC y por IC} \\ \forall q (q \in dcmp_2(x_0) \wedge q \in l) & \text{por IP} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

2.º Veamos que esta cualidad es única.

En efecto, supongamos que hubiera dos:

$$\begin{array}{ll} (1) \quad q_1 \in dcmp_2(x_0) \wedge q_1 \in l & \\ (2) \quad q_2 \in dcmp_2(x_0) \wedge q_2 \in l & \\ \quad x_0 \in q_1 \wedge x_0 \in q_2 & \text{por Def. V-5 e IC} \\ \neg \Delta x (x \in q_1 \rightarrow x \in q_2) & \text{por lógica} \\ \quad \neg q_1 \Delta I q_2 & \text{por Def. VI-2} \\ \quad \neg q_1 Igl q_2 & \text{por Te. VI-6 y MT} \\ \quad \neg \forall l (q_1, q_2 \in l) & \text{por Def. VI-6 y MT} \\ \quad q_1 \in l \wedge q_2 \in l & \text{por IC en (1) y (2)} \\ \quad \forall l (q_1, q_2 \in l) \quad ! & \text{por IP} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Te. VI-8:

$$\wedge qrx (\forall l (q, r \in l) \wedge x \in q \wedge x \in r \rightarrow s_{xq} = s_{xr})$$

Prueba:

$$q, r \in l, x \in q, x \in r \quad \text{premisas}$$

Supongamos que no se cumpliera la implicación

$$\begin{array}{ll} s_{xq} \neq s_{xr} & \\ \langle x, q \rangle \neq \langle x, r \rangle & \text{por Def. V-1} \\ q \neq r & \text{por t. de cjtos.} \\ q \in l \wedge x \in q & \text{premisas} \\ \forall q (q \in l \wedge x \in q) & \text{por IP} \\ l/x & \text{por Def. VI-9} \\ \overset{1}{\forall} q (q \in l \wedge x \in q) & \text{por Te. VI-7} \\ r \in l \wedge x \in r & \text{premisas} \\ q = r ! & \text{por lógica} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Te. VI-9:

$$\wedge qrx l_1 l_2 (s_{xq} = s_{xr} \wedge q \in l_1 \wedge r \in l_2 \rightarrow l_1 = l_2)$$

Prueba:

$$\begin{array}{ll} s_{xq} = s_{xr}, q \in l_1, r \in l_2 & \text{premisas} \\ q = r & \text{por premisa y} \\ & \text{Def. V-1} \\ q \in l_1 \wedge q \in l_2 & \text{por premisa y} \\ & \text{lógica} \\ l_1 = l_2 & \text{por Te. VI-3} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Def. VI-10: Dados dos lugares cualesquiera l_1, l_2 , definimos un conjunto de cualidades formado por la unión de las cualidades de l_1 que son semejantes a alguna cualidad de l_2 , con

las cualidades de l_2 que son semejantes a alguna cualidad de l_1 . A este conjunto de cualidades lo designamos por " $Q_{l_1 l_2}$ ":

$$Q_{l_1 l_2} =_{\text{ar}} \{q / q \in l_1 \wedge \forall r \in l_2 (q S q r)\} \cup \{q / q \in l_2 \wedge \forall r \in l_1 (q S q r)\}$$

Te. VI-10: $Q_{l_1 l_2} = Q_{l_2 l_1}$

Es trivial a partir de la definición precedente.

Definiremos, a continuación, la relación de *vecindad de lugares*, Vl , admitiendo la hipótesis pre-sistemática (que naturalmente no se formula en el sistema) de que, con un número de visiones suficientemente elevado, la probabilidad máxima de que dos cualidades sean semejantes se dará cuando ocupen lugares visuales máximamente próximos, a los cuales llamamos vecinos. Esto equivale a suponer, también pre-sistemáticamente, que, en general, no vemos la realidad dividida en pequeñísimos puntos de colores distintos entre sí, sino mucho más frecuentemente en manchas más o menos considerables, cuyos puntos interiores tienen un color semejante. Me parece claro que la experiencia de la percepción visual en circunstancias "normales" (las más probables) tiende a confirmar esta suposición. Por tanto, la vecindad de lugar que definimos aquí sistemáticamente (y de manera muy distinta a la de Carnap, que nos parece llevar a complicaciones) parece que se corresponde plenamente con la vecindad de lugar "intuitiva" (empírica).

Def. VI-11: Dados dos lugares distintos cualesquiera, l_1, l_2 , en que $l_1 \neq l_2$,

$$l_1 Vl_2 \leftrightarrow_{\text{ar}} \wedge l_i \neq l_1, l_2 (\text{card } Q_{l_1 l_2} \geq \text{card } Q_{l_1 l_i} \wedge \text{card } Q_{l_1 l_2} \geq \text{card } Q_{l_2 l_i})$$

Está claro que si l_i no es vecino a l_1 ni a l_2 , pre-sistemáticamente, en general valdrá $\text{card } Q_{l_1 l_2} > \text{card } Q_{l_1 l_i}$. La igualdad entre ambas cardinalidades se dará, en principio únicamente en los casos en que l_i también sea vecino a l_1 , por ejemplo. Cuando el número de visiones sea muy elevado, la probabilidad de que una cualidad de un lugar se asemeje a otra de un lugar vecino es la misma para todos los lugares vecinos al primero.

Te. VI-11: *Vl* es simétrica:

$$l_1 Vl l_2 \rightarrow l_2 Vl l_1$$

Esto se ve fácilmente cambiando el orden de la conjunción que aparece en Def. VI-11 y teniendo en cuenta que $Q_{l_1 l_2} = Q_{l_2 l_1}$.

Sin embargo, *Vl* no es reflexiva, puesto que no podemos asegurar que el número de cualidades semejantes que se dan en un mismo lugar sea mayor que el número de cualidades de ese lugar semejantes con las de otro lugar cualquiera. Más bien hay razones pre-sistemáticas para suponer lo contrario, dado que las cualidades de un mismo lugar forzosamente han de darse en visiones distintas (Te. VI-9) y, dada una cualidad en un lugar, es probable que después de unas cuantas visiones, en ese lugar se den cualidades completamente desemejantes. Por esto, hemos estipulado en la Def. VI-11 que los lugares vecinos sean distintos. Evidentemente, *Vl* tampoco es transitiva.

Def. VI-12: Sobre la base de la relación *diádica* de vecindad de lugar (que para algunas nociones posteriores nos será suficiente), construimos la relación *triádica* de *vecindad de lugar de grado n*, que constituye un segundo paso antes de llegar a una "ordenación" de los lugares en el campo visual.

A esta relación la escribiremos como la simple vecindad de lugar, pero añadiéndole el exponente *n*.

Se define recursivamente de la siguiente manera:

$$l_1 Vl^0 l_2 \leftrightarrow_{df} l_1 = l_2$$

$$l_1 Vl^1 l_2 \leftrightarrow_{df} l_1 Vl l_2$$

$$l_1 Vl^{n+1} l_2 \leftrightarrow_{df} Vl(l_1 Vl^n l \wedge l Vl^n l_2)$$

Te. VI-12: $l_1 Vl^i l_2 \wedge l_2 Vl^j l_3 \rightarrow l_1 Vl^{i+j} l_3$

Prueba:

$l_1 Vl^i l_2, l_2 Vl^j l_3$ premisas

$Vl(l_1 Vl^{i-1} l \wedge l Vl^j l_2) \wedge l_2 Vl^j l_3$ por Def. VI-12 y premisa

$$\begin{aligned} l_1 Vl^{i-1} l_4 \wedge l_4 Vl l_2 \wedge l_2 Vl^j l_3 & \text{ por EP} \\ l_1 Vl^{i-1} l_4 \wedge l_4 Vl^{j+1} l_3 & \text{ por Def. VI-12} \\ \dots & \dots \\ l_1 Vl l_0 \wedge l_0 Vl^{i+j-1} l_3 & \text{ por Def. VI-12} \\ l_1 Vl^{i+j} l_3 & \text{ por Def. VI-12} \\ & \text{q.e.d.} \end{aligned}$$

El último paso necesario para conseguir una ordenación de los lugares, y por tanto de *CV*, es construir a partir de *Vlⁱ* una *aplicación-distancia* en *CV*, que nos determine unívocamente lo que consideremos la "distancia" de un lugar a otro. Esto equivale a definir una *métrica* en *CV*, o sea, a constituirlo como *espacio métrico*.

"CV" como espacio métrico

Def. VI-13: Sea "*min*()" el nombre del functor *mínimo* usual en aritmética para denotar el menor de los números naturales de una sucesión dada.

Con este functor (que puede tomarse también como descriptor en aritmética), definimos la aplicación *distancia de lugares dl*, que aplica a cada par de lugares un *número real* (en realidad, un número *natural*), al que llamamos su distancia; la definición es la siguiente:

$$dl: \text{Lug} \times \text{Lug} \longrightarrow N \subset R$$

tal que

$$dl(l_1, l_2) = \min(n) l_1 Vl^n l_2$$

Esta aplicación está bien definida, pues en la aritmética formalizada puede probarse que *min*() es un descriptor.

Te. VI-13: *dl* es una *distancia*.

Por la teoría de espacios métricos,⁴ sabemos que para que

4. Véase Sterling K. Berberian, *Introduction to Hilbert Space*, capítulo 1.

una aplicación sea distancia se requieren dos condiciones (aparte de tener la estructura general $f: E \times E \longrightarrow R$, como es el caso de dl). Estas dos condiciones de toda distancia, en nuestro caso, se traducirán así:

- 1.^a) $dl(l_1, l_2) = 0 \leftrightarrow l_1 = l_2$
 2.^a) $dl(l_1, l_3) \leq dl(l_1, l_2) + dl(l_2, l_3)$

Prueba: para la condición 1.^a):

$$\begin{aligned} dl(l_1, l_2) = 0 &\leftrightarrow 0 = \min(n) l_1 V l^0 l_2 && \text{por Def. VI-13} \\ &\leftrightarrow l_1 V l^0 l_2 && \text{por lógica} \\ &\leftrightarrow l_1 = l_2 && \text{por Def. VI-12} \end{aligned}$$

Para la condición 2.^a):
 Llamemos

$$\begin{aligned} dl(l_1, l_3) = m &= \min(i) l_1 V l^i l_3 \\ dl(l_1, l_2) = n &= \min(i) l_1 V l^i l_2 \\ dl(l_2, l_3) = p &= \min(i) l_2 V l^i l_3 \end{aligned}$$

Supongamos que no se cumpliera la condición y fuera

- (1) $n + p < m$
 $l_1 V l^n l_2 \wedge l_2 V l^p l_3$ por Def. VI-13
 (2) $l_1 V l^{n+p} l_3$ por Te. VI-12
 $m = \min(i) l_1 V l^i l_3$ por definición
 $\neg \forall m' (m' < m \wedge l_1 V l^{m'} l_3)$ por aritmética
 $\wedge m' (\neg m' < m \vee \neg l_1 V l^{m'} l_3)$ por NP y NC
 $\neg n + p < m \vee \neg l_1 V l^{n+p} l_3$ por EG
 $\neg l_1 V l^{n+p} l_3$ por (1) y ED
 $l_1 V l^{n+p} l_3 !$ por (2)
 q.e.d.

VII. — Los colores

A través de los lugares que ocupan y de la relación Sq , podemos establecer, entre las cualidades, la relación de "igualdad de color" como relación de equivalencia cuyas clases serán los colores. Pero antes hay que definir la relación de *igualdad de color en lugares vecinos*, IcV , como paso previo para definir la igualdad de color en general (o sea, con independencia del lugar).

Def. VII-1: Sean las cualidades q_1, q_2 .

$$q_1, IcV q_2 \leftrightarrow_{\text{df}} \forall l_1, l_2 (q_1 \in l_1 \wedge q_2 \in l_2 \wedge l_1 V l_2 \wedge q_1 Sq q_2)$$

Def. VII-2: Definimos ahora *igualdad de color de grado n*, Ic^n . Sean $q_1 \in l_1, q_2 \in l_2$

$$\begin{aligned} q_1 Ic^0 q_2 &\leftrightarrow_{\text{df}} q_1 = q_2 \\ q_1 Ic^1 q_2 &\leftrightarrow_{\text{df}} q_1, IcV q_2 \\ q_1 Ic^{n+1} q_2 &\leftrightarrow_{\text{df}} \forall q (q_1, Ic^n q \wedge q Ic^1 q_2) \end{aligned}$$

Def. VII-3: La *igualdad de color* en general, Ic , se define ahora como sigue:

$$q_1 Ic q_2 \leftrightarrow_{\text{df}} \forall n \in N (q_1 Ic^n q_2)$$

Te. VII-1: Ic es reflexiva, simétrica y transitiva.

Ic es reflexiva, puesto que siempre $q_1 Ic^0 q_1$.

Es inmediato que es simétrica, puesto que Vl y Sq son simétricas.

Veamos que Ic es transitiva.

Dado $q Ic r \wedge r Ic s$, hay que ver que también $q Ic s$, o sea, que existe un número natural h tal que $q Ic^h s$.

$$\begin{aligned} q Ic r \wedge r Ic s & \text{premisa} \\ q Ic^n r \wedge r Ic^m s & \text{por Def. VII-3} \\ \forall q_1 (q Ic^{n-1} q_1 \wedge q_1 Ic^1 r) \wedge \forall q_2 (r Ic^{m-1} q_2 \wedge q_2 Ic^1 s) & \text{por Def. VII-2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 q Ic^{n-1} q'_1 \wedge q'_1 Ic^1 r \wedge r Ic^{m-1} q'_2 \wedge q'_2 Ic^1 s & \text{por EP} \\
 q Ic^{n-1} q'_1 \wedge q'_1 Ic^m q'_2 \wedge q'_2 Ic^1 s & \text{por Def. VII-2} \\
 & \text{y por la simetría de } Ic \\
 q Ic^{n-1} q'_1 \wedge q'_1 Ic^{m+1} s & \text{por Def. VII-2} \\
 q Ic^{n+m} s & \text{por Def. VII-2} \\
 & \text{y aritmética} \\
 q Ic s & \text{por Def. VII-3} \\
 & \text{q.e.d.}
 \end{array}$$

Luego, Ic es una relación de equivalencia definida en $Qual$. Por lo tanto, Ic induce en $Qual$ una partición en clases de equivalencia. A estas clases de equivalencia las llamamos *colores*.

Def. VII-4: Al conjunto cociente $Qual/Ic$ lo llamamos “el espectro de los colores”, Sp , y a sus elementos, los *colores*:

$$Sp =_{at} Qual/Ic$$

A las variables que se refieren a los colores las designaremos en lo sucesivo por las letras griegas α, β, \dots , con subíndices.

• • •

Con la constitución de los colores damos por terminada la construcción de los conceptos fundamentales del campo fenoménico. Podríamos extendernos en este campo con la deducción de otras propiedades de los conceptos definidos y con la construcción de nuevos conceptos secundarios. Sin embargo, creemos más interesante pasar ya, con la base fenoménica conseguida, a la construcción del mundo físico o “exterior”.

II. — EL MUNDO FÍSICO PERCEPTIVO (CONSTITUCIÓN DE LOS OBJETOS FÍSICOS VISUALES)

VIII. — *El espacio-tiempo*

Admitimos construido el espacio métrico R^4 , con todas sus propiedades y con sus subespacios (R^1 , llamado “recta”; R^2 , llamado “plano”; R^3 , llamado “espacio tridimensional”). Todas estas estructuras, por ser puramente matemáticas, son extra-sistemáticas. En realidad, todas las definiciones que siguen, dentro de este apartado VIII dedicado a la constitución de los elementos del espacio-tiempo, son extra-sistemáticas hasta cierto punto, porque son independientes de la base fenomenalista elegida, aunque, por otra parte, son esenciales para la construcción del “puente” al mundo físico.

Veamos primero cuáles son los entes más elementales de la estructura “espacio-tiempo”, los *puntos-universo*.

Def. VIII-1: (Carnap) A los *vectores* o “puntos” de R^4 definidos, por tanto, por tetradas ordenadas de números reales, los llamamos *puntos-universo*. Los simbolizaremos por la mayúscula E , con los subíndices o superíndices necesarios. Un punto-universo E será pues

$$E = (e_1 e_2 e_3 e_4)$$

en que $e_i \in R$.

Def. VIII-2: (Carnap) Cuatro es el *número dimensional* del conjunto de los puntos-universo, o sea, del espacio-tiempo.

Def. VIII-3: (Carnap) A la última coordenada de cada una de las tetradas que determinan un punto-universo la llamamos *coordenada temporal* o “instante físico”, y en lo sucesivo la simbolizaremos por t , con los subíndices necesarios. Así, pues, un punto-universo E lo escribiremos ahora así:

$$E = (e_1 e_2 e_3 t_0)$$

Def. VIII-4: (Carnap) A las tres restantes coordenadas de cada tétrada las llamamos *coordenadas espaciales*.

Def. VIII-5: A la coordenada e_3 de cada tétrada, es decir, a la que ocupa el tercer lugar en la tétrada, la llamamos "coordenada de profundidad espacial" o simplemente, *profundidad*.

Def. VIII-6: A cada tríada ordenada $(e_1 e_2 e_3)$ de un punto-universo dado E la llamamos "un *lugar espacial* de E ". Lo simbolizaremos por $\bar{E}(e_1, e_2, e_3)$.

Def. VIII-7: Dados dos lugares espaciales $E(e_1 e_2 e_3)$ y $E'(e'_1 e'_2 e'_3)$, llamaremos *distancia en profundidad entre E y E'* , $dp(E, E')$, al valor absoluto de la diferencia de profundidades:

$$dp(E, E') =_{at} |e_3 - e'_3|$$

Cuando $e_3 > e'_3$, diremos que E está "a mayor profundidad" que E' , y viceversa.

Def. VIII-8: (Carnap) Establecemos la relación de *simultaneidad* de dos puntos-universo, *Sim*:

$$(e_1 e_2 e_3 t_0) \text{ Sim } (e'_1 e'_2 e'_3 t'_0) \leftrightarrow_{at} t_0 = t'_0$$

Te VIII-1: *Sim* es una relación de equivalencia. Esto se puede comprobar inmediatamente, puesto que el *definiens* es una igualdad.

Def. VIII-9: Cada clase de equivalencia obtenida por *Sim* se llamará una *clase espacial*. Cada clase espacial está constituida, pues, por el conjunto de lugares espaciales en un instante dado. A los puntos-universo que pertenecen a una misma clase espacial, o sea, entre los cuales se da la relación *Sim*, los llamaremos "simultáneos".

Def. VIII-10: Definimos *línea-universo* L como un conjunto de puntos-universo, $L = \{(e_1 e_2 e_3 t_0)\}$, tal que cumple las dos siguientes condiciones:

1.^a) Existen tres funciones continuas cualesquiera, F_1, F_2, F_3 , tales que: $e_1 = F_1(t)$; $e_2 = F_2(t)$; $e_3 = F_3(t)$.

2.^a) Para cualesquiera líneas-universo distintas, $L_1 \neq L_2$,

$$L_1 \cap L_2 = \emptyset$$

(Es decir: ningún punto-universo puede pertenecer a la vez a dos líneas-universo distintas.)

A partir de aquí reservaremos la mayúscula L , con índices, para designar solamente conjuntos de puntos-universo que sean líneas-universo.

El conjunto de líneas-universo es, por definición, un subconjunto de R^4 : $\{L_i\} \subset R^4$, aunque, naturalmente, no todas las curvas de R^4 son líneas-universo.

A los puntos-universo que pertenecen a la misma línea-universo se les suele llamar "genidénticos". (Ésta es la denominación adoptada por Carnap en el § 128, siguiendo la propuesta de Lewin.)

• • •

El mundo perceptivo (visual)

Una vez expuestos los fundamentos del espacio-tiempo como estructura puramente formal, no-interpretada, vamos a tratar de asignarle ahora un modelo de interpretación empírico, que contenga objetos construidos en la primera parte, es decir, objetos del mundo fenoménico, además de otros nuevos objetos, construidos a partir de éstos, pero dentro del marco del espacio-tiempo. El conjunto nos ha de servir como estructura que contenga los objetos empíricos de que tratan el sentido común y las ciencias empíricas.

A esta estructura la llamaremos *mundo perceptivo*, *MP*. Como nuestra base fenomenalista sólo admite cualidades visuales, este mundo perceptivo es pre-sistemáticamente sólo el mundo perceptivo *visual*.

No hay que confundir el mundo perceptivo (*die Wahrnehmungswelt*, como lo llama Carnap), que es un mundo cualitativo, con el *mundo físico*, *MF*, o mejor, el *mundo de la física* (o de la ciencia en general), *die physikalische Welt*, como dice

Carnap. Este último es no-cualitativo. La distancia conceptual entre el mundo físico y el fenoménico o cualitativo puro es considerable, y el mundo perceptivo está destinado a servir de estructura intermedia. Con todo, el principal problema para un sistema fenomenalista no radica, según creo, en el paso del mundo perceptivo al mundo de la física (que esto es más bien asunto de la filosofía de la física), sino en el paso del mundo fenoménico al mundo perceptivo. Esto es lo que hemos llamado "el problema del puente".

Para entendernos, el mundo perceptivo es el "mundo de cosas" (no de leyes, como el mundo de la física), el mundo de nuestra vida cotidiana, de nuestra experiencia ordinaria. También podríamos haberlo llamado "mundo externo" (como hace Russell) o "mundo cotidiano" o "mundo físico pre-científico", etcétera. Así como el objeto principal a constituir en el campo fenoménico habían sido las cualidades, ahora nuestro problema central será la constitución de la "cosa externa" u "objeto perceptivo" (de percepción).

IX. — Puntos de vista y perspectivas

No cabe ninguna duda de que aún nos faltan muchos datos, psicológicos, psicofisiológicos y empíricos en general, para que podamos presentar una reconstrucción sistemática del paso del mundo fenoménico al mundo perceptivo.

Ante todo, para realizar este paso, debemos suponer que disponemos de una enunciación formal de la ley de movimiento de cada sujeto percipiente (más concretamente, de los ojos de cada sujeto percipiente) que nos permita determinar su posición a cada instante, dada su posición inicial (por lo menos para ciertos intervalos suficientemente largos). Hallar la expresión analítica de la situación del perceptor en función del tiempo es, indudablemente, un problema de orden empírico que debe ser resuelto, por tanto, pre-sistemáticamente. Aquí supondremos que ya está resuelto y que podemos admitir como *nuevas primitivas* en el sistema unas funciones que expresan dicha *ley de movimiento del perceptor*. Suponer que estas funciones han sido determinadas por la ciencia empírica antes de que lo hayan sido

no es una falacia, pues en ningún caso hacemos uso, dentro del sistema, del *contenido* de las leyes empíricas ya halladas, sino sólo de su *forma*.

El problema de (la forma de) la correspondencia entre la situación espacio-temporal del perceptor y sus sensaciones, en cambio, sí es un problema típicamente sistemático, que no se resuelve meramente admitiendo esas nuevas primitivas. Lo atacaremos en el siguiente apartado, pero previamente hay que definir las nociones (también hasta cierto punto extra-sistemáticas) de "punto de vista" y "perspectiva".

Introducimos *tres funciones reales inyectivas continuas del tiempo*, f_1, f_2, f_3 , es decir, tres funciones continuas tales que su dominio son los números reales que expresan la coordenada temporal y cuyo recorrido son números reales que expresan coordenadas espaciales. A estas tres funciones las llamaremos *funciones de la vida perceptiva*.

Ax. IX-1: f_1, f_2, f_3 "pasan por el cero", o sea, toman el valor 0 para el argumento 0.

Def. IX-1: Un punto-universo $(e_1 e_2 e_3 t_0)$ es un punto de vista sys_{at}

$$e_1 = f_1(t_0) ; e_2 = f_2(t_0) ; e_3 = f_3(t_0)$$

El conjunto de tales puntos de vista se expresa geoméricamente en la forma de una curva continua en R^4 , el espacio tetradimensional. (Esta curva representa la "vida perceptiva del sujeto constructor del mundo".) F será el símbolo para esta curva dada por f_1, f_2, f_3 .

A partir de ahora utilizaremos las mayúsculas X, Y , con índices, para indicar los puntos de vista.

Vamos a construir las perspectivas.

Def. IX-2: (Carnap) Designamos, como es usual, por \vec{t} el semieje negativo del tiempo en R^4 . Sea X un punto de vista: $X = (e_1 e_2 e_3 t_0)$. Llamaremos *perspectiva desde X*, Per_x , a toda semirrecta en R^4 que parta del punto X (que contenga, pues,

a X) y que forme un cierto ángulo γ con $-\vec{t}$; el valor de este ángulo debe ser:

$$\gamma = \text{Per}_X, -t = \text{arc teg } c$$

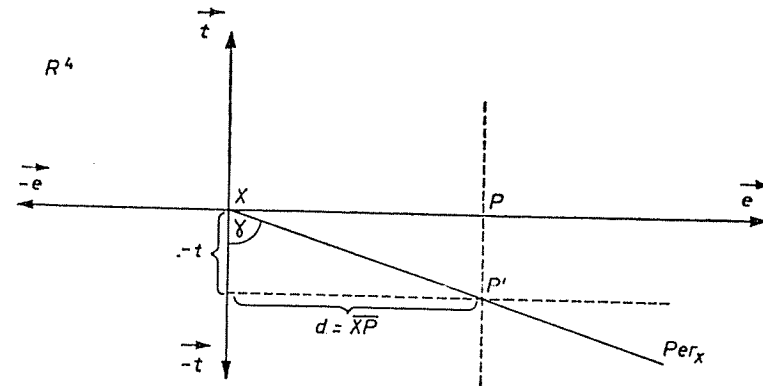
siendo c el valor de la velocidad de la luz.

Discusión: Veamos por qué se asigna a γ este valor. En lenguaje pre-sistemático una perspectiva es una semirrecta que parte del punto de vista en que se halla el sujeto percipiente en un momento dado, hacia todos los puntos del espacio R^3 que el sujeto ve en una misma dirección, precisamente la que define la perspectiva. Cada perspectiva es, pues, asimilable, en términos físicos, a un rayo de luz que pasa por todos los puntos de R^3 que se hallan en una misma dirección hasta llegar al ojo del sujeto percipiente. Este rayo de luz, como sabemos, viaja a velocidad c (en el vacío; pero la diferencia es poca en el aire). Lo que se ve del mundo exterior desde X es la situación de los

objetos en los instantes $t = \frac{d}{c}$, siendo d la distancia de cada uno de esos objetos (considerados puntuales) a X . Los puntos vistos por X en una misma perspectiva no son simultáneos, estrictamente hablando: a medida que nos alejamos en el espacio, nos alejaremos también hacia el pasado. Naturalmente, como c es un valor muy grande, para distancias pequeñas este efecto es despreciable. Sin embargo, es este efecto, precisamente, el que nos sirve para determinar cuál de las semirrectas es una perspectiva.

Esta situación se puede aclarar mediante un esquema gráfico, simplificador. Supongamos que X se halla en el origen de coordenadas del espacio-tiempo. Como R^4 no se puede representar gráficamente, lo sustituimos por R^2 , admitiendo sólo dos coordenadas: espacio unidimensional y tiempo.

Exagerando mucho la proporción del ángulo γ , la perspectiva Per_X es una semirrecta como la dibujada en la figura. Vemos que forma un ángulo γ con $-\vec{t}$, de modo que $\text{tg } \frac{d}{t} = \text{tg } c$. Ésta es la tangente del ángulo γ ; o sea, γ es el arco cuya tangente es la velocidad de la luz. Si c fuera infinita (o sea, si tuviera sentido la noción de simultaneidad universal de la mecá-



nica clásica), entonces Per_X se confundiría con \vec{e} : todos los puntos vistos desde X serían estrictamente simultáneos con X ; una tangente infinita corresponde a un ángulo de 90° .

Dado que en el espacio R^3 hay una infinitud supernumerable de semirrectas que parten de un punto dado formando un ángulo fijo con un cuarto eje, habrá también una infinitud supernumerable de perspectivas posibles desde X . No obstante, a nosotros sólo nos interesará, en lo sucesivo, el conjunto de perspectivas actuales para un sujeto percipiente, que es un subconjunto finito del anterior. En el apartado X definiremos las perspectivas actuales desde un punto de vista.

Def. IX-3: Al conjunto de perspectivas de todos los puntos de vista lo simbolizamos por Per . Al conjunto de perspectivas de un punto de vista determinado X , lo simbolizamos por $\{\text{Per}_X\}$.

Está claro por Def. IX-2 que podemos definir una aplicación PP de las perspectivas en los puntos de vista:

$$PP: \text{Per} \longrightarrow F$$

tal que

$$PP(\text{Per}_{Xt}) = X$$

Esta aplicación está bien definida, pues cada semirrecta Per_{x_i} parte, por construcción, de un punto de vista X y sólo uno.⁵

X. — Localización del mundo fenoménico en R^4

Vamos a localizar espacio-temporalmente las visiones.

Def. X-1: Construimos la función de localización de las visiones, LV :

$$LV: V \longrightarrow F \subset R^4$$

tal que escogemos una visión particular x_p , a la que llamamos "presente absoluto" y le asignamos el punto-universo $(0, 0, 0, 0)$, el cual, por Ax. IX-1, pertenece a F :

$$LV(x_p) = (0, 0, 0, 0)$$

y tal que

$$\forall y \neq x_p (T(x_p, y) = n \rightarrow LV(y) = (f_1(n), f_2(n), f_3(n), n))$$

Si $n > 0$, la visión x_p será pasada respecto a todas las y . Este hecho se reflejará en el mundo perceptivo en que n será un valor del tiempo en el semieje positivo del parámetro tiempo, es decir, un valor "futuro". Si $n < 0$, x_p será futura respecto de y , y esto se reflejará en el mundo perceptivo en que n estará en algún punto del eje negativo del tiempo, es decir, en el "pasado" físico.

La función LV está bien definida, puesto que, dado x_p , para cada $y \neq x_p$ existe uno y sólo un índice n de temporalidad respecto de él (por Te. I-1 de la primera parte), y a este n le corresponden unívocamente los valores $f_1(n)$, $f_2(n)$ y $f_3(n)$, ya que

5. Cuando la distancia d de un punto visto desde X al punto de vista X es muy pequeña en comparación con la velocidad de la luz (lo cual es el caso si no nos movemos en el dominio de las distancias astronómicas), la razón $\frac{d}{c}$ es prácticamente nula, y por tanto, $t \sim 0$. Podemos considerar que, a distancias "normales" de X , todos los puntos vistos desde X tienen la misma coordenada temporal que X . Admitiremos esta aproximación a este nivel del sistema.

f_1, f_2, f_3 son funciones. Y LV es inyectiva, puesto que las tres funciones del *definiens* también lo son. (LV , sin embargo, no es biyectiva, pues V es finito y F , en cambio, no es necesariamente finito.)

Gracias a LV y a f_1, f_2, f_3 , hemos "proyectado" V en R^4 , con lo cual hemos determinado el conjunto de las visiones espacio-temporalmente. Dada la visión x , a $LV(x)$ la podemos llamar "la visión x localizada en R^4 ", que es un punto de vista. También la designaremos por X (el punto de vista de x).

Recapitulación: Conviene recapitular aquí, en un esquema general, las principales construcciones llevadas a cabo hasta ahora en nuestro sistema y determinar lo que aún falta por hacer.

Por Def. X-1, tenemos que a una visión x le corresponde un punto-universo $X = LV(x)$, que es un punto de vista. Las correspondencias establecidas hasta ahora entre objetos pueden configurarse "alrededor" de un elemento sensorial dado, de una *sensación* de una cualidad en una visión, así:

Sea s_{xq} la sensación de la cualidad q en la visión x , y l_q el lugar de centro q . Las aplicaciones o funciones fenoménicas y perceptivas que pueden establecerse partiendo de s_{xq} son las siguientes:

$$l_q \longleftarrow s_{xq} \longrightarrow x \longrightarrow X \longleftarrow Per_{x_i}$$

Nuestro próximo objetivo es completar este cuadro de aplicaciones, construyendo una biyección entre s_{xq} y Per_{x_i} , o mejor dicho, entre el conjunto de las sensaciones en una visión x dada (o sea $dcmp_1(x)$) y el conjunto de perspectivas que parten del punto de vista de x, X .

Para ello, supongamos dadas dos sensaciones s_{xq} y s_{xr} pertenecientes a $dcmp_1(x)$, tales que $l_q \nabla l_r$. Se trata de asociar a s_{xq} y s_{xr} dos perspectivas, respectivamente, de modo que formen entre sí un ángulo pequeño, cuyo valor sea igual a un $\epsilon \in Q$ (siendo Q los números racionales), a determinar empíricamente (por métodos psicofisiológicos).

Está claro que si el número de lugares visibles en una visión dada es λ , el valor de este ϵ vendrá dado en función de λ , o

mejor dicho, en función del inverso de λ , $\frac{1}{\lambda}$. Si admitiéramos que el campo visual del sujeto constructor del mundo es un plano, dividido en pequeños cuadrados, y que, por tanto, el número λ es un cuadrado, entonces es evidente que la longitud y amplitud totales del plano valdrían cada una $\sqrt{\lambda}$ y, en consecuencia, $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$. Pero aquí no hace falta especificar tanto.

Basta con enunciar que $\epsilon = f(\frac{1}{\lambda})$.

Postulamos que ϵ debe ser racional, porque la magnitud del ángulo entre dos perspectivas efectivamente vistas por el sujeto percipiente, que es finito, debe ser "commensurable".

Al discutir la definición de perspectiva, hemos explicado que a cada X le corresponde un conjunto infinito supenumerable de perspectivas posibles, $\{Per_X\}$. Deberemos determinar, para que la asignación de sensaciones tenga sentido, cuáles de ellas son las perspectivas *actuales* de X , es decir, aquellas que nos permiten establecer una correspondencia biyectiva entre sensaciones y perspectivas. Este conjunto de perspectivas actuales habrá de ser, evidentemente, un subconjunto finito de $\{Per_X\}$; lo llamaremos "haz de las perspectivas actuales de X ", H_X . Este haz abarcará en R^3 , y en cada visión, un ángulo sólido Ω_X . El número de perspectivas de H_X en cada visión (o, por lo menos, en la mayoría de las visiones, en condiciones normales del ojo del perceptor) ha de corresponder pre-sistemáticamente al número de lugares percibidos en cada visión, o sea, λ .

Def. X-2: Sea H_X un subconjunto finito de las perspectivas de X , $H_X \subset Per_X$. Para que H_X sea un haz de perspectivas actuales, ha de cumplir las dos siguientes condiciones:

$$1.^a) \quad \text{card } H_X = \lambda$$

2.^a) Dado un valor $\epsilon \in Q$, tal que $\epsilon = f(\frac{1}{\lambda})$ (determinado pre-sistemáticamente) se ha de cumplir:

$$\bigwedge Per_{x_i}, Per_{x_j} \in H_X \vee n (Per_{x_i}, Per_{x_j} = n \cdot \epsilon)$$

en que

$$n \in N$$

Es decir, dadas dos perspectivas actuales cualesquiera de una visión, el ángulo que forman es un múltiplo del valor racional ϵ determinado empíricamente a partir de λ .

Con esta definición podemos construir ya la aplicación biyectiva PS entre sensaciones y perspectivas.

Dado un X , es posible construir infinitos haces H_X distintos; cada haz se distingue de los demás por la primera perspectiva que le consideremos perteneciente, o sea, por la perspectiva a partir de la cual lo construimos. De todos estos haces, escogemos "arbitrariamente" uno, H_X^0 , un haz "canónico", por así decir. La elección dependerá, naturalmente, de consideraciones pre-sistemáticas; pero una vez escogido el haz, el resto de las construcciones, y en particular, la aplicación de las sensaciones en las perspectivas actuales, se sigue sistemáticamente.

A partir de aquí, y mientras no especifiquemos lo contrario, se entenderán por "perspectivas" únicamente las "perspectivas actuales".

Def. X-3: Definimos la aplicación o función PS general entre sensaciones y perspectivas, como el conjunto de todas las aplicaciones restringidas cada una a una visión x , $PS|x$, definidas, a su vez, de la siguiente manera:

Dada una x cualquiera

$$PS|x: \quad dcmp_1(x) \longleftarrow \longrightarrow H_X^0$$

tal que $PS|x(s_{xq}) = Per_{xq}$ de modo que se cumplan las dos siguientes condiciones de definición:

Dadas s_{xq}, s_{xr} cualesquiera, en que $q \in l_q \wedge r \in l_r$,

condición 1.^a:

$$l_q = l_r \leftrightarrow Per_{xq} = Per_{xr}$$

condición 2.^a:

$$dl(l_q, l_r) = n \leftrightarrow \bigwedge Per_{xq}, Per_{xr} = n \cdot \epsilon$$

No se ve de modo inmediato que esta función exista (o sea, que esté bien definida) y que sea biyectiva. Vamos a demostrarlo en dos teoremas.

Te. X-1: PS existe:

$$s_{xq} = s_{xr} \rightarrow Per_{xq} = Per_{xr}$$

Prueba: Supongamos que éste no fuera el caso.

$$\begin{array}{ll} s_{xq} = s_{xr}, Per_{xq} \neq Per_{xr} & \text{premisas} \\ \wedge \\ Per_{xq}, Per_{xr} = n \cdot \epsilon & \text{por cond. 2.ª de Def. X-2} \\ dl(l_q, l_r) = n (\neq 0) & \text{por cond. 2.ª de Def. X-3} \\ l_q \neq l_r & \text{por Def. VI-12, VI-13} \\ s_{xq} \neq s_{xr} \vee q \notin l_q \vee r \notin l_r & \text{por Te. VI-9, MT y NC} \\ q \in l_q \wedge r \in l_r & \text{por construcción de PS} \\ s_{xq} \neq s_{xr} & \text{por ED} \\ s_{xq} = s_{xr} ! & \text{premisa} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Te. X-2: PS es biyectiva. Para demostrar esto basta probar que la función PS también existe de derecha a izquierda, es decir, que dada $PS|x$, también existe $PS|x^{-1}$ (la inversa):

$$PS|x^{-1}: H_x^0 \longrightarrow dcmp_1(x)$$

Para ello, hemos de ver que

$$Per_{xq} = Per_{xr} \rightarrow s_{xq} = s_{xr}$$

Prueba: Supongamos que no fuera éste el caso

$$\begin{array}{ll} Per_{xq} = Per_{xr}, s_{xq} \neq s_{xr} & \text{premisas} \\ \neg \forall l (q, r \in l) \vee x \notin q \vee x \notin r & \text{por Te. VI-8, MT y NC} \\ x \in q \wedge x \in r & \text{por Def. V-1} \\ \neg \forall l (q \in l \wedge r \in l) & \text{por ED} \\ \wedge l (q \notin l \vee r \notin l) & \text{por NP y NC} \\ q \notin l_q \vee r \notin l_q & \text{por EG} \\ q \in l_q & \text{por Def. VI-5} \\ r \notin l_q & \text{por ED} \\ Per_{xq} = Per_{xr} & \text{premisa} \\ l_q = l_r & \text{por cond. 1.ª de Def. X-3} \\ r \in l_r & \text{por Def. VI-5} \\ r \in l_q ! & \text{por lógica} \\ & \text{q.e.d.} \end{array}$$

Así, pues, tenemos asegurada la existencia de una biyección entre las sensaciones y las perspectivas. Gracias a esta biyección, podemos "asimilar" en cierto sentido (matemático) las sensaciones fenoménicas a las perspectivas perceptivas. Con ello, hemos dado un paso importante en la resolución del problema del puente.

El último paso que debemos llevar a cabo en el proceso de localización de los objetos fenoménicos en R^4 es lo que podemos denominar la *colorificación* de R^4 , es decir, la asignación de los colores a puntos-universo. La forma concreta que adopta esta asignación en cada visión, por su naturaleza obviamente "subjetiva" o "personal", no es susceptible, naturalmente, de ser construida completamente con la ayuda del método constitucional; sin embargo, sí podemos establecer las condiciones lógicas (sistemáticas) que ha de cumplir necesariamente esta asignación.

Previamente a la colorificación, hay que introducir el concepto fundamental de "punto-universo visible" en una visión.

Def. X-4: Sea X un punto de vista dado y H_X su correspondiente haz de perspectivas actuales. Definimos "punto-universo percibible desde X ", P_X , como un punto-universo que cumple las dos siguientes condiciones de definición:

- 1.^a) $\forall Per_X \in H_X^0 (P_X \in Per_X)$
- 2.^a) $\forall L (P_X \in L)$

Designaremos las variables que se refieren a puntos percibibles desde X con superíndices, P_X^i, P_X^j, \dots . Al conjunto de puntos percibibles desde X los simbolizamos por $\{P_X^i\}$. Al conjunto de puntos percibibles desde cualquier punto de vista, o sea, en cualquier visión, lo simbolizamos simplemente por \mathcal{P} .

Def. X-5: Una línea-universo percibible, L_P , es una línea-universo tal que contiene, por lo menos, un punto-universo percibible:

$$\{L_P\} =_{\text{def}} \{L_i / \forall P^i \in \mathcal{P} (P^i \in L_i)\}$$

Te. X-3: $\bigwedge P_X^i \bigvee Per_X (P_X^i \in Per_X)$

Es decir, cada punto percibible desde X se halla en una única perspectiva.

Prueba: Supongamos que esto no fuera cierto.

Entonces habrían dos perspectivas distintas $Per_X \neq Per'_X$, tales que, dado el punto percibible P_X^i ,

$$P_X^i \in Per_X \wedge P_X^i \in Per'_X \quad \text{por Def. IX-2 y IX-3}$$

Luego resultaría que dos semirrectas distintas, Per_X y Per'_X , tendrían dos puntos en común, X y P_X^i , lo cual es contradictorio, pues aceptamos la geometría euclídea. (También sería contradictorio en una geometría riemanniana —como la aplicada en la teoría de la relatividad—, pues en una de estas geometrías, las perspectivas deberían ser *geodésicas*, y aunque estas líneas tienen otras propiedades distintas de las rectas euclídeas, poseen en común la propiedad de que sólo pueden cortarse en un punto.)

Def. X-6: Podemos construir, a consecuencia del teorema precedente, una aplicación Π de los puntos percibibles sobre las perspectivas:

$$\Pi: \mathcal{P} \longrightarrow Per$$

constituida por la reunión de las siguientes funciones parciales restringidas a cada visión:

$$\Pi|x: \underbrace{\{P_X^i\}}_{\mathcal{P}} \longrightarrow \underbrace{\{Per_X\}}_{Per}$$

tal que

$$\Pi|x(P_X^i) = Per_{X^i}$$

Que esta función existe se desprende directamente de Te. X-3.

Te. X-4:

$$\bigwedge P_X^i P_X^j (P_X^i \neq P_X^j \wedge P_X^i \in L_i \wedge P_X^j \in L_j \rightarrow L_i \neq L_j)$$

Es decir: en cada visión (desde cada punto de vista) es percibible un solo punto de cada línea-universo.

Prueba: Supongamos que no fuera cierto el teorema

$$P_X^i \neq P_X^j, P_X^i \in L_i, P_X^j \in L_j, L_i = L_j \text{ premisas}$$

$$L_i = \{(e_1^i e_2^i e_3^i t_0^i)\} \wedge L_j = \{(e_1^j e_2^j e_3^j t_0^j)\} \\ \text{por Def. VIII-10}$$

$$P_X^i = (e_1^i e_2^i e_3^i t_0^i) \wedge P_X^j = (e_1^j e_2^j e_3^j t_0^j) \\ \text{por premisa}$$

$$e_1^i = e_1^j \wedge e_2^i = e_2^j \wedge e_3^i = e_3^j \wedge t_0^i = t_0^j \\ \text{por } L_i = L_j$$

$$P_X^i = P_X^j \quad \text{por t. de cjos.}$$

$$P_X^i \neq P_X^j \quad \text{! premisa}$$

q.e.d.

Vamos a dar ahora, en forma de axioma, las condiciones sistemáticas de la *colorificación* del espacio-tiempo R^4 . Se trata de especificar los requisitos que ha de cumplir la asignación de un color a cada punto percible.

Pero primero construimos una función de asignación de perspectivas actuales a cualidades. Ésta será la compuesta de dos funciones ya conocidas: SQ del apartado V y PS del X, y la llamaremos " Ψ ".

Def. X-7: Podemos construir Ψ como aplicación general reunión de las aplicaciones parciales restringidas a cada x , $\Psi|x$, definidas así:

$$\Psi|x: H_x^o \longrightarrow Qual$$

tal que

$$\Psi|x(Per_{xq}) = SQ \cdot PS|x^{-1}(Per_{xq}) = q$$

en que

$$PS|x^{-1}(Per_{xq}) = s_{xq} \wedge SQ(s_{xq}) = q$$

Como SQ y $PS|x^{-1}$ existen, no hace falta demostrar que existe la compuesta de ambas. (Esto es un teorema de la t. de cjtos.)

Para que la colorificación sea correcta, deberá determinarse empíricamente una función Cl de "colorificación" que asigne un color a cada punto percible según el siguiente principio (siendo α un color cualquiera):

Ax. X-1:

$$\alpha = Cl(P_x) \rightarrow (P_x \in Per_{xq} \rightarrow q = \Psi|x(Per_{xq}) \wedge q \in \alpha)$$

Este axioma "define" implícita y *parcialmente* esta función Cl , pero una definición completa de la misma depende de investigaciones pre-sistemáticas.

No todos los puntos percibles en una visión son puntos de R^4 realmente percibidos. La "mayoría" no lo será. Conviene determinar los puntos-universo realmente *percibidos* desde un X , o, como aquí los llamaremos, los "puntos vistos desde X ".

Def. X-8: Sea d la aplicación *distancia euclídea* definida en R^4 (éste es un concepto geométrico extra-sistemático). Un punto percible $PV_x^i \in \mathcal{P}$ es un *punto visto desde X syssat*

$$PV_x^i \in Per_{x_i} \wedge \wedge P_x^i \in Per_{x_i} (d(X, PV_x^i) \leq d(X, P_x^i))$$

Esta definición corresponde a la intuición de que un punto visto es el primero de los puntos percibles de una perspectiva dada que "aparece", quedando todos los demás de la perspectiva "detrás" de él.

A partir de aquí utilizaremos la abreviación PV^i como variable para los puntos vistos en general.

Te. X-5: $\wedge Per_i \overset{1}{\vee} PV^i$

La prueba es trivial a partir de la Def. X-8.

Def. X-9: Gracias al teorema anterior, podemos garantizar que existe una aplicación biyectiva entre los puntos vistos desde un X y las sensaciones que se tienen en la visión x correspondiente a X . Pre-sistemáticamente, esto se expresa diciendo que "cada punto visto produce una sensación distinta y sólo una". A esta función biyectiva la llamamos $PVS|x$. Existe, pues,

$$PVS|x: \begin{array}{ccc} \{PV_x^i\} & \longleftrightarrow & dcmp_1(x) \\ \cup & & \cup \\ PV_x^i & \longleftrightarrow & s_{xq} \end{array}$$

definida de la siguiente manera:

$$PVS|x = \Pi|x \cdot PS|x$$

donde

$$\Pi|x(PV_x^i) = Per_{x_i} \wedge PS|x(Per_{x_i}) = s_{xq}$$

Que esta función existe y es biyectiva se desprende de las propiedades de las funciones componentes Π y PS , y del Te. X-5.

XI. — *Los objetos perceptivos*

En la constitución de objetos perceptivos que presentamos a continuación ya sólo aparecerán términos y relaciones del espacio-tiempo; no obstante, no hay que olvidar nunca que implícitamente la base de la construcción siguen siendo las visiones y las relaciones entre ellas.

En lo que sigue, suponemos ya efectuada la colorificación de R^4 .

Def. XI-1: Sea O un conjunto o haz de líneas-universo. (Las líneas-universo son todas, por definición, paralelas entre sí.) Algunas de las líneas-universo de O serán percibibles y otras no; pero por lo menos deben existir algunas percibibles.

Consideremos valores del parámetro tiempo, t_i , tales que $t_i \in (e_1^i e_2^i e_3^i e_4^i) \in L_i \in O$. Sean t_1 y t_2 dos valores cualesquiera fijos.

Llamemos P_i^t a cualquier punto-universo percible tal que $P_i^t \in L_i^t \in O$, siendo

$$P_i^t = (e_1^i(t), e_2^i(t), e_3^i(t), t)$$

Diremos que O es un *objeto perceptivo* si y sólo si cumple las tres siguientes condiciones de definición:

$$1.^a) \quad \bigwedge L_i^t \in O \vee P_{t_1}^i, P_{t_2}^i \in L_i^t \mid |t_2 - t_1| \geq \eta \quad \text{en que } \eta \in Q^+$$

η es, pues, un número racional positivo a determinar empíricamente (pre-sistemáticamente), que posee las características de "mínimo" y que define el intervalo de tiempo mínimo en el que admitimos que puede existir un objeto perceptivo individual.

2.^a) Sea d la aplicación "distancia euclídea" definida en R^4 . Sea t_0 un instante dado, y $P_{t_0}^i, P_{t_0}^j$ puntos percibibles de líneas-universo de O . Entonces deberá cumplirse que

$$\bigwedge P_{t_0}^i \vee P_{t_0}^j (d(P_{t_0}^i, P_{t_0}^j) \geq \epsilon) \quad \text{en que } \epsilon \in Q^+$$

ϵ es un número racional positivo a determinar pre-sistemáticamente, al cual llamamos "distancia mínima percible" entre dos puntos de O .

3.^a) Sea dp la aplicación *distancia en profundidad* que hemos definido en Def. VIII-7. Sea t_0 un instante dado y $E_{t_0}^i, E_{t_0}^j$ puntos-universo cualesquiera de líneas-universo de O . Deberá cumplirse que

$$\bigwedge E_{t_0}^i \vee E_{t_0}^j (dp(E_{t_0}^i, E_{t_0}^j) \geq \rho) \quad \text{en que } \rho \in Q^+$$

ρ es un número racional positivo a determinar pre-sistemáticamente, al cual llamamos "espesor mínimo" de O .

A todo haz O que cumpla las anteriores condiciones lo llamamos *objeto perceptivo*.

Un objeto perceptivo no es necesariamente un objeto percibido en su totalidad. De hecho, empíricamente, no lo es nunca (o casi nunca) en un instante dado —en una visión dada—. Siempre habrá algunas líneas-universo de O que no serán percibidas en un momento dado. Por eso conviene definir la parte actualmente percibida de un objeto de visión. Esta parte será evidentemente un conjunto de puntos vistos.

A partir de este punto, para ser formalmente estrictos, deberíamos especificar que en este estadio avanzado de la constitución del mundo, en que hablamos *sobre* objetos perceptivos, ya no nos basta el cálculo de tercer orden supuesto hasta aquí, sino que necesitamos un cálculo de *cuarto* orden (para poder cuantificar sobre los objetos perceptivos). En efecto, los objetos perceptivos son clases de clases (líneas-universo) de clases (puntos-universo) de individuos (los números reales que expresan las coordenadas de cada punto).

Def. XI-2: Sea O un objeto perceptivo y x una visión. Definimos *parte percible de O en x* , O_x , así:

$$O_x =_{\text{def}} \{L_i / L_i \in O \wedge \forall P V^t \in L_i\}$$

$$\text{Te. XI-1:} \quad \bigwedge O_x \vee O O_x \subset O$$

Esto es trivial por la definición anterior.

A lo que es la parte percibida de un objeto en el mundo perceptivo, físico, le corresponde en el mundo fenoménico, psíquico, el conjunto de sensaciones que nos produce dicho objeto: el *aspecto* que ofrece el objeto en la visión.

Def. XI-3: Sea A_0^x un conjunto de sensaciones: $A_0^x \subset dcmp_1(x)$. Diremos que A_0^x es un "aspecto del objeto O en x " $syss_{at}$

$$\wedge s_{xq} \in A_0^x \vee PV_X^i \in L_i \in O_x (s_{xq} = PSV|x(PV_X^i))$$

Def. XI-4: Vamos a definir "estado de un objeto perceptivo en un momento dado". Sea $R_{t_0}^3$ un hiperplano o espacio en R^4 , como conjunto de todas las líneas-universo que satisfacen la ecuación $t = t_0$, es decir, en términos clásicos, el Universo en un instante t_0 . Llamamos "estado de O en el instante t_0 ", S_0^t , a la intersección

$$S_0^t =_{at} O \cap R_{t_0}^3$$

A partir de esta definición son inmediatos los dos teoremas siguientes:

$$Te. XI-3: \quad \wedge S_0^t \vee O S_0^t \subset O$$

$$Te. XI-4: \quad \wedge O, t \overset{1}{\vee} S_0^t$$

Con la constitución de los objetos perceptivos y sus derivados, damos por terminada la construcción de los fundamentos esenciales del mundo perceptivo o "mundo de cosas".

III. — EL MUNDO DE LA FÍSICA

En esta última parte sólo intentaremos dar un brevísimo esbozo de los métodos para constituir formalmente los objetos de la física, tarea que, naturalmente, corresponde más al filósofo de la física y al físico teórico; se trata aquí, más que de otra cosa, de trazar las líneas generales del puente del mundo perceptivo al mundo de la física.

XII. — Correspondencia físico-perceptiva

Vamos a establecer una correspondencia entre los objetos perceptivos, que son conjuntos de conjuntos de puntos-universo, y los valores que pueden tomar tres parámetros que llamamos *magnitudes físicas* y que, en el sistema, recibirán los nombres de *masa*, *longitud* y *tiempo*. La última de estas magnitudes ya la hemos definido, aunque no la hemos determinado operativamente para un físico: es el conjunto de valores posibles que se pueden asignar a la cuarta coordenada de los puntos-universo, o coordenada *temporal*. Las otras dos magnitudes se definen como el conjunto de valores que se obtienen manipulando dos objetos perceptivos particulares (o, si se prefiere, dos clases de objetos aproximadamente equivalentes), a los cuales llamamos *una balanza* y *una cinta métrica*, para la masa y la longitud, respectivamente.⁶

Estas tres magnitudes son las fundamentales en física, pues a partir de ellas pueden definirse todos los demás conceptos métricos como magnitudes derivadas. (Creo que sería posible, incluso, tomar una sola magnitud fundamental en física: la *longitud* y definir operativamente a partir de ella la masa y los intervalos temporales; pero entrar ahora en la discusión de este punto nos llevaría demasiado lejos.)

6. La masa, la longitud y el tiempo de la física son *magnitudes*, o sea, conceptos *métricos*, y por tanto, conceptos *teóricos*; uno de los resultados fundamentales a que se ha llegado en la filosofía de la ciencia actual es que los conceptos teóricos *no* son "exhaustivamente" definibles a partir de una base observacional (cf., por ejemplo, C. G. Hempel, *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*, pp. 29 y ss.). Por eso, no es del todo correcto hablar, como hacemos aquí, de "definir" la masa, la longitud y el tiempo. Estos conceptos sólo se pueden "definir" parcialmente, es decir, se les puede dar una *interpretación parcial* en un modelo observacional (en el presente caso, fenomenalista). Como ha señalado Carnap (cf. *Philosophic Foundations of Physics*, pp. 304 y ss.) esta interpretación observacional parcial se consigue mediante *reglas de correspondencia* o *reglas operacionales*, que son las que dan contenido empírico a un sistema teórico. Las "definiciones" operativas que esbozamos a continuación para los tres principales conceptos de la física han de entenderse, en realidad, como *reglas de correspondencia*, en el sentido de Carnap.

En lo que sigue, sólo indicaremos brevemente el procedimiento de introducción de estos conceptos métricos fundamentales.⁷

Def. XII-1 (Asignación de la masa): Escogemos arbitrariamente un objeto perceptivo, al que llamamos O_{1m} , y al que atribuimos convencionalmente una unidad de *masa*. Tomamos el objeto perceptivo al que hemos llamado "balanza" y por medio de O_{1m} lo "calibramos", es decir, fijamos cuál es su "posición" o *estado* estándar: así podremos determinar cuándo otro objeto perceptivo sobre el cual opere la balanza tendrá la misma masa que O_{1m} . Una vez fijada esta "posición" estándar de la balanza, determinamos la masa del resto de los objetos perceptivos observando las variaciones de la posición estándar que provocan en la balanza, habiendo escogido previamente una escala arbitraria y uniforme para esas variaciones.

Def. XII-2 (Asignación de la longitud): Escogemos arbitrariamente un objeto perceptivo O_{1l} y decimos que tiene de longitud una unidad. Tomamos el objeto perceptivo que hemos llamado "cinta métrica" y por medio de O_{1l} lo calibramos, de modo análogo a lo hecho en el caso de la balanza, con lo cual también podremos determinar las longitudes del resto de los objetos perceptivos comparando variaciones respecto de la longitud estándar.

Def. XII-3 (Asignación del tiempo): Escogemos arbitrariamente un objeto perceptivo al que llamamos *reloj*, *Rel*; consideramos dos instantes distintos y cualesquiera de *Rel*. Decimos que $t_2 - t_1$ es una unidad de tiempo. La duración $t_j - t_i$ de un objeto perceptivo cualquiera se obtendrá comparando $t_j - t_i$ con $t_2 - t_1$.

La significación de las tres anteriores asignaciones es la de poder pasar del mundo perceptivo, *MP*, a una estructura más "abstracta", el "mundo de la física", al que podemos designar

7. Una discusión prácticamente exhaustiva de la metodología de la introducción de los conceptos métricos fundamentales se hallará en la obra de Wolfgang Stegmüller, *Theorie und Erfahrung*, cap. 1.

por *MF*. A *MF* hemos llegado por medio de la observación de los objetos perceptivos, pero en *MF* se prescinde ya de ellos: *MF* consiste simplemente en la estructura geométrica R^4 , a conjuntos de conjuntos de puntos de la cual asignamos valores de la *masa*, la *longitud* y el *tiempo* según las reglas expresadas en las tres definiciones anteriores. Con ello, en verdad, no se ha hecho más que echar los cimientos teóricos de ese enorme edificio (o mejor, ese conjunto de edificios más o menos vinculados) que constituye la ciencia física. El uso de los instrumentos de medida, de los conceptos métricos determinados con la ayuda de ellos y de los métodos del análisis matemático, permite formular las ecuaciones diferenciales de segundo grado típicas de la física y, en definitiva, concebir *MF* como un *continuo* físico que abarca como subconjunto discreto particular el mundo perceptivo, *MP*.

• • •

Dejamos en este punto nuestro sistema de constitución fenomenalista de los objetos de conocimiento empírico. Aun cuando, sin duda, existen muchos huecos por rellenar y líneas que proseguir, creemos que, en lo fundamental, las construcciones hasta aquí efectuadas son correctas y suficientemente potentes y simples a la vez, para mostrar las posibilidades —y las actualidades— del programa fenomenalista. Nos daremos por muy satisfechos si se considera que con ello se ha dado un paso más en el proceso histórico de la realización efectiva, en la medida en que ésta sea posible, de dicho programa.

BIBLIOGRAFIA

Indicamos el título de la traducción castellana en los casos en que ésta ha sido utilizada.

PRINCIPALES OBRAS ANALIZADAS

- CARNAP, Rudolf: *Der logische Aufbau der Welt*. Berlín, 1928 (1.^a ed.); Hamburgo, 1961 (2.^a ed.).
- GOODMAN, Nelson: *The Structure of Appearance*. Harvard, 1951 (1.^a ed.); 1966 (2.^a ed. revisada).
- MACH, Ernst: *Die Analyse der Empfindungen*. Jena, 1886 (1.^a ed.); Jena, 1906 (5.^a ed. revisada). Ed. cast.: *Análisis de las sensaciones* (trad. de E. Ovejero). Madrid, 1925.
- NICOD, Jean: *La géométrie dans le monde sensible*. París, 1924.
- RUSSELL, Bertrand: *Our Knowledge of the External World*. Cambridge, 1914.
- WHITEHEAD, Alfred North: *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge*. Cambridge, 1919.
- , *The Concept of Nature*. Cambridge, 1920.

OTRAS OBRAS CITADAS O COMENTADAS

- AVENARIUS, Richard: *Philosophie als Denken der Welt gemäss dem Prinzip des kleinsten Kraftmasses*. Leipzig, 1876.
- , *Kritik der reinen Erfahrung*. Leipzig, 1888-90.
- AYER, Alfred J.: *The Problem of Knowledge*. Londres, 1956.
- BASRI, Saul A.: *A Deductive Theory of Space and Time*. Amsterdam, 1966.
- BERBERIAN, Sterling K.: *Introduction to Hilbert Space*. Oxford, 1961.
- BLACK, Max: *Problems of Analysis (Philosophical Essays)*. Ithaca, 1954.

- BROUWER, L. E. J.: *Intuitionism and Formalism*, en BENACERRAF, P., y PUTNAM, H.: *Philosophy of Mathematics*. Nueva Jersey, 1964.
- CARNAP, Rudolf: *Logische Syntax der Sprache*. Viena, 1934 (1.ª ed.); 1968 (2.ª ed.).
- , *Meaning and Necessity*. Chicago, 1947.
- , *Introduction to Symbolic Logic and Its Applications*. Nueva York, 1958.
- , *Intellectual Autobiography*, en SCHILPP, P. A.: *The Philosophy of Rudolf Carnap*. La Salle, Illinois, 1963.
- , *Philosophical Foundations of Physics*. Los Angeles, 1966. Ed. cast.: *Fundamentación lógica de la física* (trad. de Néstor Miguens). Buenos Aires, 1969.
- , Notas tomadas por María Reichenbach para SCHOENMAN, R.: *Bertrand Russell: Philosopher of this Century*. Londres, 1967. Ed. cast.: *Homenaje a Bertrand Russell* (trad. de U. Moulines). Barcelona, 1968.
- CRAIG, William: "On Axiomatizability within a System", en: *Journal of Symbolic Logic*, 1953.
- DASHIELL, John F.: *Fundamentals of General Psychology*. Nueva York, 1949.
- DAVIS, Martin: *Computability and Unsolvability*. Nueva York, 1958.
- FREGE, Gottlob: *Die Grundlagen der Arithmetik*. Breslau, 1884.
- FRYER, Douglas H., et al.: *General Psychology*. Nueva York, 1954.
- GOODMAN, Nelson: *A Study of Qualities*. Harvard, 1940.
- , *Fact, Fiction and Forecast*. Londres, 1954.
- , *The Significance of "Der logische Aufbau der Welt"*, en SCHILPP, P. A.: *The Philosophy of Rudolf Carnap*. La Salle, Illinois, 1963.
- , *Languages of Art*. Chicago, 1970.
- GROSSMAN, Sebastian Peter: *Physiological Psychology*. Nueva York, 1967.
- HEMPEL, Carl G.: *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*. Chicago, 1952.
- HUREWICZ, Witold, y WALLMAN, Henry: *Dimension Theory*. Princeton, 1948.
- JAMES, William: *The Meaning of Truth*. Nueva York, 1901.
- JOHNSON, Donald M.: *Essentials of Psychology*. Nueva York, 1948.
- KAMBARTEL, Friedrich: *Erfahrung und Struktur — Bausteine zu einer Kritik des Empirismus und Formalismus*. Francfort, 1968.
- KANT, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft*. Edición de Ingeborg Heidemann. Stuttgart, 1968.
- KYBURG, Henry E.: *Philosophy of Science. A Formal Approach*. Nueva York, 1968.

- LOCKE, John: *An Essay Concerning Human Understanding*. Londres, 1690 (1.ª ed.); Londres, 1961 (revisión comentada de la 5.ª ed.).
- MACH, Ernst: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Praga, 1883.
- MORGAN, C. T., y STELLAR, E.: *Physiological Psychology*. Nueva York, 1950.
- MOSTERÍN, Jesús: *Lógica de primer orden*. Barcelona, 1970.
- NÖBELING, G.: "Die neuesten Ergebnisse der Dimensionstheorie", en el *Jahrbuch der Deutscher Mathematiker Vereinigung*, 1931.
- PATTERSON, E. M.: *Topology*. Edimburgo, 1956.
- PIAGET, Jean: *La Construction du réel chez l'enfant*. Neuchâtel, 1937 (1.ª ed.); 1963 (3.ª ed. revisada). Ed. cast.: *La construcción de lo real en el niño* (trad. de M. Arruñada). Buenos Aires, 1965.
- POINCARÉ, J. Henri: *La Science et l'hypothèse*. París, 1902.
- , *L'espace et le temps*, en la recolección *Dernières Pensées*. París, 1912. Ed. cast.: *El espacio y el tiempo* (trad. de M. Bueno). México, 1964.
- POPPER, Karl R.: *The Logic of Scientific Discovery*. Londres, 1959 (edición inglesa revisada de la primitiva edición alemana de 1934). Ed. cast.: *La lógica de la investigación científica* (trad. de V. Sánchez de Zavala). Madrid, 1962.
- PROKHOVNIK, S. J.: *The Logic of Special Relativity*. Cambridge, 1967.
- QUINE, Willard van Orman: *From a Logical Point of View*. Harvard, 1953.
- , *The Evolution of Russell's Ontology*, en SCHOENMAN, Ralph: *Bertrand Russell: Philosopher of this Century*. Londres, 1967. Ed. cast.: *La evolución de la ontología de Russell*, en *Homenaje a Bertrand Russell* (trad. de U. Moulines). Barcelona, 1968.
- RAAB, Friedrich: *Die Philosophie von Richard Avenarius*. Leipzig, 1912.
- REHMKE, Johannes: *Philosophie als Grundwissenschaft*. Leipzig, 1909 (1.ª ed.); 1928 (2.ª ed.).
- RUSSELL, Bertrand: *Mysticism and Logic*. Londres, 1918. Ed. cast.: *Misticismo y lógica* (trad. de J. Rovira). Buenos Aires, 1951.
- , *The Analysis of Mind*. Nueva York, 1921. Ed. cast.: *Análisis del Espiritu* (trad. de E. Prieto). Buenos Aires, 1950.
- , *The Analysis of Matter*. Nueva York, 1927.
- , *The Philosopher Replies*, en SCHILPP, P. A.: *The Philosophy of Bertrand Russell*. Chicago, 1944.
- STAGNER, R., y KARKOWSKI, T. F.: *Psychology*. Nueva York, 1952.
- STEGMÜLLER, Wolfgang: *Der Phänomenalismus und seine Schwierigkeiten*. Munich, 1958.

- , *Theorie und Erfahrung*. Berlín, 1970.
 WHITEHEAD, Alfred North, y RUSSELL, Bertrand: *Principia Mathematica*. Cambridge, 1910-13 (1.^a ed.); 1962 (3.^a ed.).
 WHITEHEAD, Alfred North: *Process and Reality*. Nueva York, 1929.
 WITTGENSTEIN, Ludwig: *Tractatus Logico-Philosophicus* (Logisch-Philosophische Abhandlung). Viena, 1921 (1.^a ed.), Francfort, 1960 (2.^a ed.).

INDICE DE AUTORES

- Avenarius, Richard 37, 38, 39, 40, 269, 271
 Ayer, Alfred Julius 22, 269
 Basri, Saul A. 139 n., 269
 Beracerraf, Paul 61, 270
 Berberian, Sterling K. 241 n., 269
 Bergson, Henri 107, 108
 Berkeley, George 17, 108
 Bernays, Paul 23 n.
 Black, Max 22, 269
 Brouwer, L. E. J. 58, 61 y n., 270
 Carnap, Rudolf 8, 9, 10, 18, 20-22, 41-43, 49, 51, 53, 67, 73, 78, 123-125; cap. III: 126-171; 172-174, 177-178, 181-182, 191-193, 195, 205, 214-216, 217 y n., 218 y n., 219-221, 225-227, 229-231, 239, 245-249, 265 n., 269, 270
 Cauchy, Augustin 94
 Clifford, William K. 37
 Craig, William 21, 270
 Dashiell, John F. 151 n., 270
 Davis, Martin 139 n., 270
 Descartes, René 68
 Eddington, Arthur Stanley 123
 Einstein, Albert 37, 87, 108
 Euclides 116
 Frege, Gottlob 19, 20, 86, 126, 134, 270
 Fries, Jakob Friedrich 129
 Fryer, Douglas H. 151 n., 270
 Gödel, Kurt 23 n.
 Gomá, Francisco 10
 Goodman, Nelson 8, 9, 15, 20, 35, 42, 43, 51, 60, 73, 78, 129, 134, 152, 154, 168-171; cap. IV: 172-192; 205, 214, 216, 217, 218 y n., 219-224, 269, 270
 Grossman, Sebastian Peter 145 n., 270
 Helmholtz, Hermann von 37
 Hempel, Carl Gustav 21, 265 n., 270
 Hering, Ewald 38, 52
 Hertz, Gustav 63
 Holt, E. B. 124
 Hume, David 17, 18, 108
 Johnson, Donald M. 151 n., 270
 Husserl, Edmund 68
 Huxley, Julian 108
 James, William 37, 62, 63, 124, 270
 Johnson, Donald M. 151 n., 270
 Kalish, D. 35
 Kambartel, Friedrich 18, 22, 270
 Kant, Immanuel 16-18, 61 n., 108, 139, 140, 270
 Karkowski, T. F. 53 n., 271
 Kirchhoff, Gustav Robert 37-38
 Köhler, Wolfgang 132
 Kyburg, Henry E. 139 n., 270
 Lesniewski, Stanislaw 173, 174
 Lewin, Kurt 247
 Lewis, C. I. 172, 179, 180
 Locke, John 17, 18, 19, 271
 Mach, Ernst 8, 9, 18; cap. I: 37-65; 120 n., 124, 127, 131, 132, 152, 269, 271
 Mill, John Stuart 17, 62, 108
 Minkowski, Hermann 53, 108, 122, 123, 142, 157, 158, 159
 Montague, Richard 35

- Morgan, C. T. 34, 145 n., 271
 Mosterin, Jesús 10, 31, 34, 35, 271
 Müller, Georg Elias 52, 53
 Natorp, Paul 129
 Neumann, Johannes von 23 n.
 Neurath, Otto 21, 168
 Nicod, Jean 8, 9, 31, 44; cap. II: 66, 91, 92, 106, 109, 111, 117, 118, 119-123; 134, 269
 Nöbeling, G. 152 n., 271
 Ockham, William 67
 Patterson, E. M. 93 n., 227 n., 271
 Pearson, Karl 37
 Perry, R. B. 124
 Petzold, Joseph 37
 Popper, Karl R. 128, 271
 Poincaré, J. Henri 62, 64, 65, 157, 271
 Popper, Karl R. 128, 271
 Prokhovnik, S. J. 158 n., 159 n., 271
 Putnam, Hillary 61 n., 270
 Quine, Willard van Orman 23, 35, 71, 172, 173, 175, 191, 271
 Raab, Friedrich 38, 271
 Rehmke, Johannes 19, 271
 Reichenbach, Maria 270
 Russell, Bertrand 8, 9, 19, 24, 31, 42, 44, 53, 63, 65; cap. II: 66-106, 107-111, 119, 120, 123-125; 126 y n., 127, 131, 132, 134, 137, 152, 157, 191 n., 248, 269, 270, 271, 272
 Sala, Carlos 10
 Schilpp, P. A. 169, 270, 271
 Schoenman, Ralph 270, 271
 Stagner, Ross 53 n., 271
 Stegmüller, Wolfgang 20, 22, 44 n., 266 n., 271
 Stellar, E. 145 n., 271
 Vaihinger, Hans 129
 Vermeaux, Roger 17
 Wallman, Henry 152, 228, 270
 Wertheimer, Max 132
 Wheatstone, Charles 53
 Whitehead, Alfred North 8, 9, 31, 44, 55 n.; cap. II: 66, 91, 92, 106, 107-118, 119, 120, 122; 131, 134, 137, 157, 269, 272
 Wittgenstein, Ludwig 127, 134, 272
 Wordsworth, William 107

INDICE DE MATERIAS

- Abstracción extensiva 106 ss., 119, 137
 "Ajenación", Relación de 153, 231
 Anterioridad 72, 92, 96
 Anti-primo 115 ss.
 Apariencia-a-un-sujeto 16
 Atención sensorial 109
 Base 8, 15, 19, 21, 39 ss., 70 ss., 120, 133, 143 ss.
 Campo visual 51, 53, 153 ss., 235
 Cnestésica, sensación 45 ss.
 Círculo de semejanza 145 ss., 212 ss.
 Clase abstractiva 113 s., 120
 Color 43 s., 50, 70, 153, 205 ss., 243 s.
 Complejo 182
 Compresencia, Relación de 179, 182
 Compuesto 184
 Conciencia latente 60
Concreta 182 ss.
 Constitucional, Sistema 21 ss., 30, 39, 43, 50 ss., 67, 70, 129 ss.
 Contemporáneos iniciales 96, 105
 Contrastabilidad 7
 Convencionalismo 9
 Cosa momentánea 82 ss., 89
 Cualidad 20, 24, 30, 41, 145 ss., 185 ss., 212 ss.
 Cuasi-análisis 50, 135 ss., 217 ss.
 Dado, lo 19, 68
 Datos duros y suaves 69 ss.
 Datos sensoriales 17, 67 ss., 71 ss., 87, 108, 120
 Declaración, Relación de 165
 Desemejanza 72 ss.
 Designación, Relación de 164 s.
 Dimensión topológica 151, 227 ss.
 Distancia de lugares 241 s.
 Duración 109 s., 118, 131
 Elemento abstractivo 114 ss.
 Empirio-criticismo 9, 37, 63, 67
 Empirismo 9, 16, 63, 67, 69
 Empirismo radical 63
 Epistémica, primacía 129
 Espacio 43, 49, 87 ss., 108, 115
 Espacio-tiempo 50, 60, 123, 245
 Espacio de *Minkowski* 53, 123, 157 s.
 Espacio visual 51 ss., 62
 Espectro (cromático) 153 s., 244
 Estabilidad (de asociación de sensaciones) 45 ss.
 Experiencia 7, 15, 21, 38, 44, 62, 70, 73
 Expresión, Relación de 142, 163 s.
 Extensión, Relación de 108 ss., 120
 Extensionalidad, tesis de la 134 ss., 169 ss.
 Extra-sistemático 30
 Fenomenalismo 8, 15, 19 ss., 62 ss., 113, 123, 128 ss., 168 ss.
 Fenomenalista, programa 8 ss., 15, 19 s., 41, 58, 67, 128, 267
 Fenomenalista, sistema 7 ss., 15, 18, 37 ss., 43, 49, 56 ss., 62, 108 s., 120
 Fenómeno 15
 Ficticio(a), sujeto (construcción) 139, 144, 193 s.
 Finitismo 35
 Fisicalismo 20 s., 108, 130, 168 ss.
 Físico-cualitativa, Correspondencia 163
 Físico-perceptiva, Correspondencia 265 s.

- Formas *a priori* 17
- Genidentidad 247
- Gestalttheorie* 132
- Haz de perspectivas 254 s.
- Hombres 163
- Idealismo 16, 129
- Igualdad de color 154 s.
- Igualdad de lugar 153, 235
- Igualdad parcial 148
- Imagen eidética 60
- Inervación 52
- Instante 73, 86 ss., 92 ss., 116 ss.
- Intersubjetividad 166 ss.
- Introspección 72, 124
- Intuicionismo 58, 61
- Kantismo 9, 37
- Kinestésica, sensación 50 ss.
- Lenguaje "realista" 138
- Lenguaje textual 138
- Línea-universo 159 s., 246 s.
- Logicismo 107
- Longitud 265 ss.
- Lugar 43, 153, 205, 231 ss., 253
- Manifestación, Relación de 142
- Masa 265 ss.
- Materialismo 37
- Memoria inmediata 60, 72
- Mentes, otras (ajenas) 42, 77 ss., 133, 164 ss.
- "Mi cuerpo" 41, 45, 48 s., 56, 62, 161
- Monismo neutral 63, 124
- Mundo exterior 47, 66, 70 ss.
- Mundo interior 48
- Mundo privado 78, 85
- Nominalismo 35, 173 ss., 191
- Objeto cultural 133, 167
- Objeto físico 44, 77, 87 s., 162 ss.
- Objeto psíquico 44
- Objeto sensible 75 ss.
- Partícula (física) 81, 87 ss.
- Particularismo 177 s.
- Percepción 17, 45, 109
- Perspectiva 51, 79 ss., 86, 90, 160 s., 248 ss.
- Precedencia 195
- Pre-sistemático 30, 39, 47, 72, 95, 105, 122
- Primitiva, Relación 9, 63, 108
- Primo 115 s.
- Principio de los mínimos supuestos 67, 77, 127
- Psicofísico, problema 38, 164
- Psiquismo propio 133, 143 ss.
- Puente, Problema del 86 ss., 108, 123, 190
- Punto espacial 87, 90 ss., 106
- Punto de vista 160 ss., 248 ss.
- Punto geométrico-sensible 119
- Punto-universo 159 ss., 245
- Qualia* 43, 60, 177, 179 ss.
- R' 142, 157 s., 245 s.
- Realismo 177 ss., 191
- Recuerdo 43, 45, 59 s., 72
- Recuerdo de semejanza 132, 142 ss.
- Reducción, Reducibilidad 131, 134 ss.
- Regla de correspondencia 265
- Relatividad, Teoría de la 87 s., 111, 123
- Semejanza, Relación de 9, 72 ss., 205 ss.
- Semejanza entre cualidades 148
- Semejanza parcial 145
- Sensación 17, 39, 64, 68, 72, 131, 152 s., 229, 253 ss.
- Sense-data* 22, 72, 119, 131
- Sentimientos 43, 45
- Simultaneidad 24, 64, 72, 92, 153, 230
- Sistemático 30, 39
- Solipsismo (metodológico) 127
- Subjetivismo 16
- Suceso 75, 92 ss., 108, 111 ss., 119 s.
- Sujeto 9, 16
- Temporalidad 9, 195 ss.
- Teórico, concepto 21, 87, 265
- Tiempo 43, 55 ss., 87, 91, 108, 115, 156, 158, 193, 199 ss., 245, 265 ss.

- Turing, máquina de 139
- Unidad de la Ciencia 40, 123
- Unificación del lenguaje 15
- Valor 167
- Vecindad de color 155
- Vecindad de lugar 154, 239 ss.
- Visión 20, 193, 195 ss., 252 ss.
- Vivencia 20, 109, 131 ss., 136, 142, 176
- Volición 43, 45, 51 s.
- "Yo" 41 ss., 48